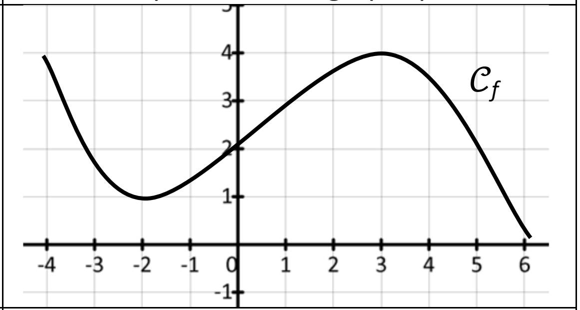
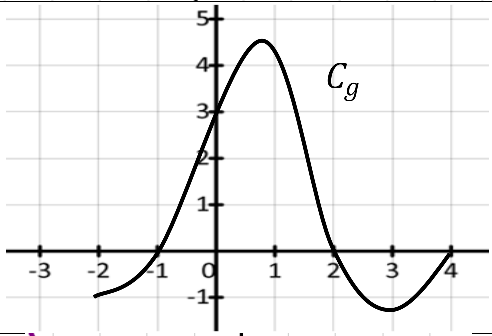
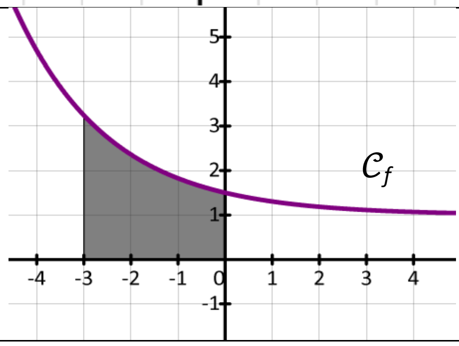
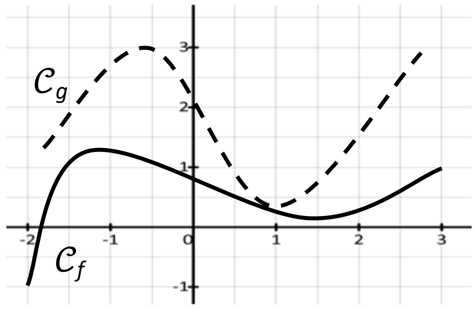
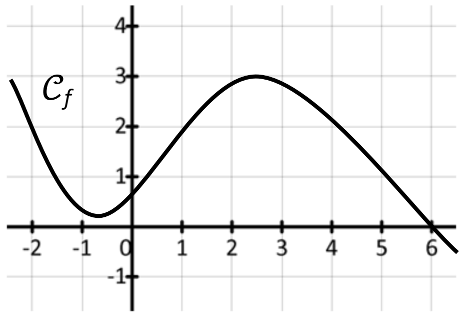
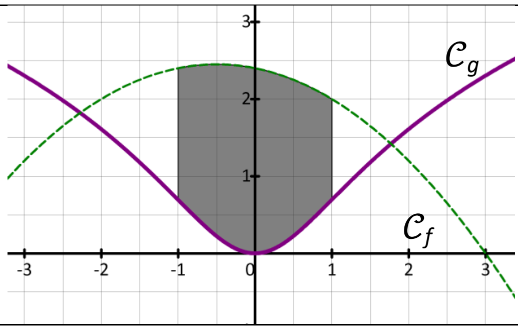
Savoir Fi.1 : Aires et intégrales (fonction positive)

Exercice 1 : Notations

Compléter ce qui manque : la notation sous forme d'intégrale de l'aire grisée, l'interprétation géométrique (phrases et équations de droites) ou la partie à griser sur le graphique correspondant à l'aire donnée :

	Notation mathématique	Interprétation géométrique	Représentation graphique
a.	$\int_{-2}^{3} f(x)dx$		
b.		Aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe représentative de g et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$	
c.			

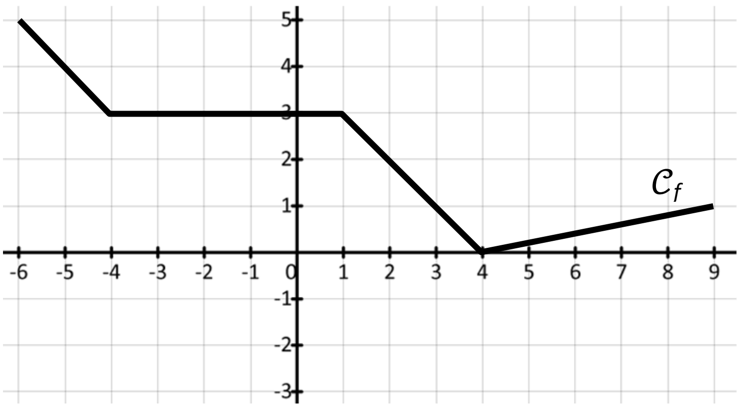
	Notation mathématique	Interprétation géométrique	Représentation graphique
d.	$\int_{-1}^{2} g(t)dt - \int_{-1}^{2} f(t)dt$		
e.		Aire du domaine compris entre l'axe des ordonnées, les droites d'équation $x = 5$ et $y = 3$ et la courbe représentative de f	
f.			

Exercice 2 : Calcul direct

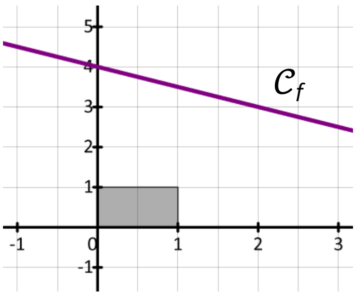
1) On donne la représentation graphique d'une fonction affine par morceau f. Déterminer graphiquement :

a. $\int_{-4}^{1} f(t)dt$ **b.** $\int_{4}^{9} f(x)dx$

c. $\int_{-6}^{-4} f(\theta)d\theta$ **d.** $\int_{-6}^{9} f(\lambda)d\lambda$

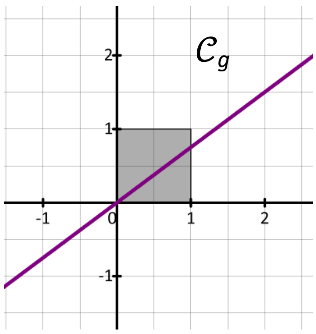


2) Déterminer graphiquement les aires demandées. Attention aux unités !



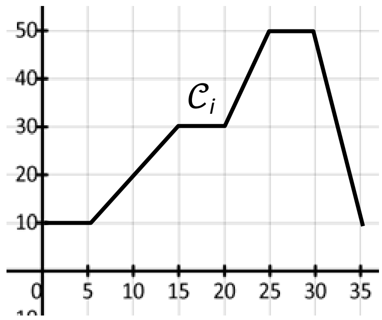
a.

$$I_a = \int_0^2 f(t)dt$$



b.

Aire comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_g$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$

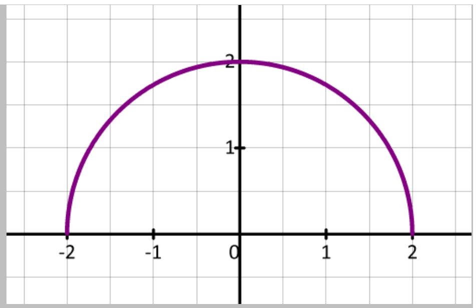


c.

$$I_d = \int_0^{35} i(x)dx$$

Pour aller plus loin...

3) On représente ci-contre la fonction f définie sur $[-2; 2]$ par : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$



a. Démontrer que les points $M(x; f(x))$ appartiennent au cercle de centre O et de rayon 2.

b. En déduire la valeur exacte de $I = \int_0^2 f(x)dx$

c. Une unité d'aire sur le graphique correspond à 3 m² dans la réalité. Donner la valeur de I en m²

4) On donne les fonctions $f(x) = -3 + x$ et $g(x) = 4$.

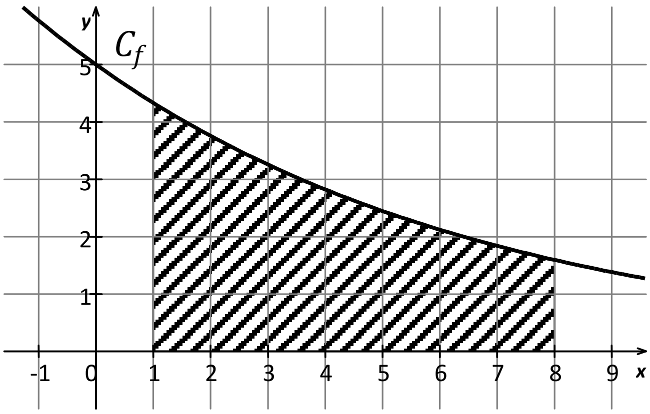
Vous pourrez vous aider d'une représentation graphique des fonctions f et g pour déterminer :

$I_1 = \int_{-5}^{12} g(u)du$ $\qquad$ $I_2 = \int_3^5 f(x)dx$ $\qquad$ $I_3 = \int_0^2 (g(t) - f(t))dt$

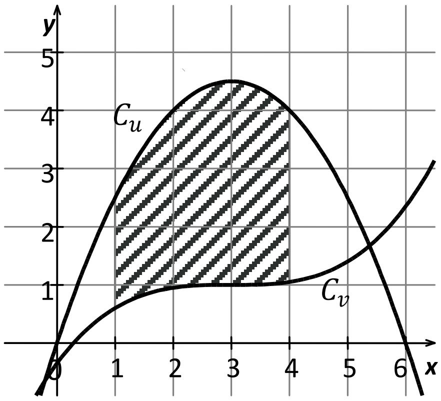
Exercice 3 : Encadrement d'intégrales

1) Dans chaque cas, déterminer un encadrement de l'aire grisée à l'amplitude demandée.
Donner la notation mathématique correspondante.

a. Amplitude inférieure à 8

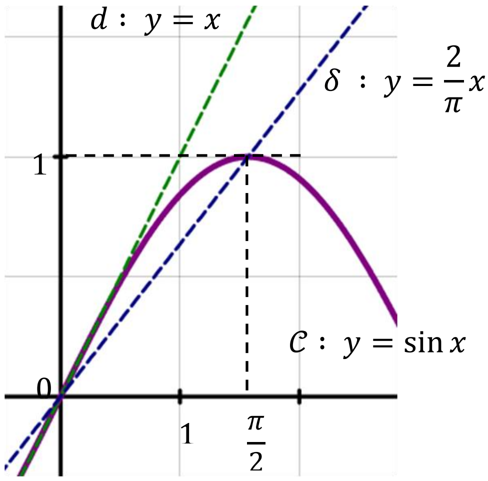


b. amplitude inférieure à 5



2) On a représenté ci-contre deux droites et la fonction sinus, et on admet ce qu'on observe graphiquement, c'est-à-dire que :

pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ on a l'encadrement : $\frac{2}{\pi}x \leq \sin x \leq x$



Donner, en détaillant la démarche, un encadrement de l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \; dx$$

Exercice 4 : Valeurs approchées d'intégrales

Déterminer à la calculatrice une valeur approchée à 10^{-2} près des intégrales suivantes :

$$A = \int_1^7 xe^{-x}dx \qquad B = \int_{-1}^{10} e^{1-x^2}dx \qquad C = \int_{-2}^{1} \frac{1-x}{1+x^2}dx \qquad D = \int_1^5 \frac{1-e^x}{x}dx$$

Exercice 5 : Exercice de bac - Polynésie juin 2016

Indiquer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [2 ; 5] et dont on connaît le tableau de variations donné ci-dessous :

x	2	3	4	5
Variations de f	3	0	1	2

Proposition : L'intégrale $\int_2^5 f(x)\, dx$ est comprise entre 1,5 et 6.