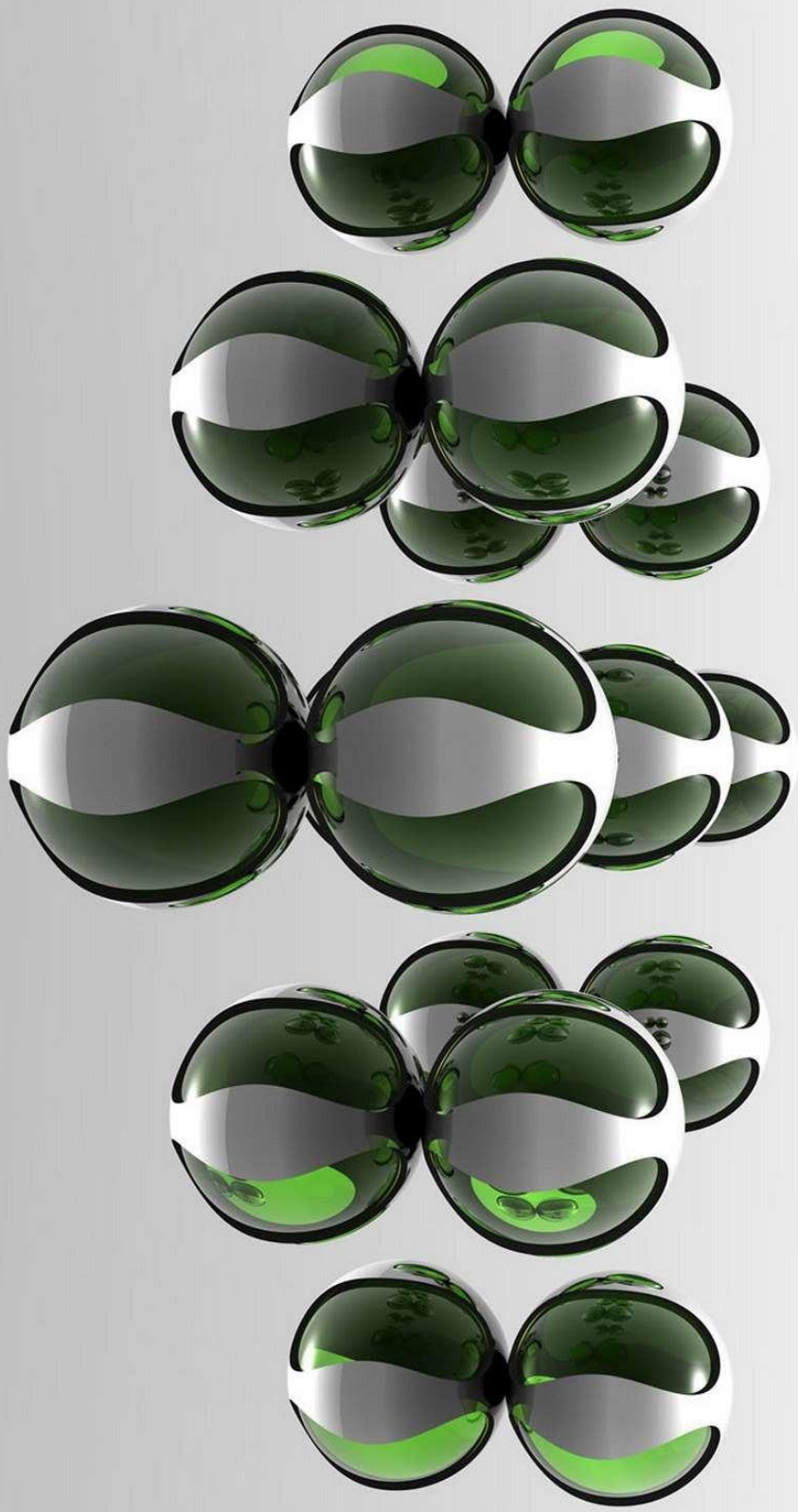
Tle - Spé Maths

Vecteurs et géométrie dans l'espace



Entraînements Ve

Savoirs

Ve. 1 : Positions relatives de droites et de plans
Ve. 2 : Repère et vecteurs dans l'espace
Ve. 3 : Colinéarité et parallélisme
Ve. 4 : Représentation paramétrique d'une droite
Ve. 5 : Coplanarité

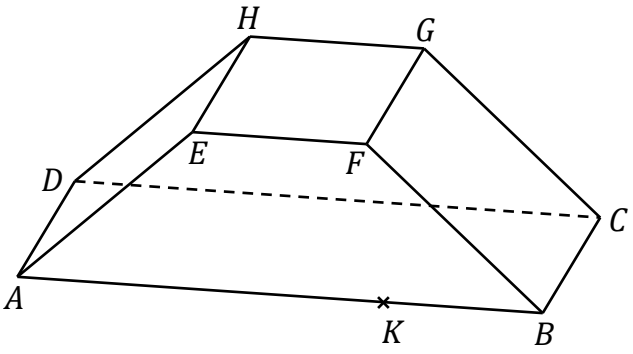


Savoir Ve. 1 :
Positions relatives de droites et de plans

Entraînement 1

La figure ci-contre représente un prisme droit $ABCDEFGH$. Les faces $ABFE$ et $DCGH$ sont des trapèzes et $K \in [AB]$.

Aucune justification n'est demandée



1. Déterminer la position relative des droites :

(BG) et (CF) (CG) et (BD)

(AE) et (BF) (AD) et (GF)

2. Déterminer la position relative des droites et plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

(HG) et (ABC) (EC) et (ABD)

(EB) et (DCG) (KD) et (ABC)

3. Déterminer la position relative des plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

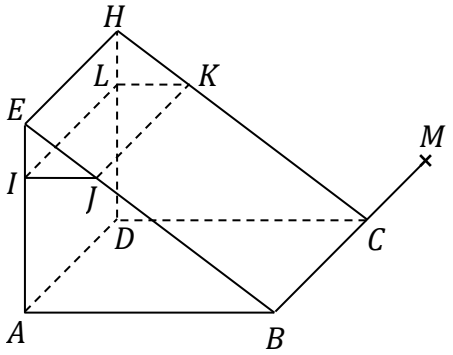
(ABC) et (CFG) (EFG) et (ACD)

(AFK) et (DHG) (AEF) et (BCD)

Entraînement 2

La figure ci-contre représente un prisme droit $ABEDCH$. Les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles ; $M \in (BC)$ et $L \in (IJK)$.

Aucune justification n'est demandée



1. Déterminer la position relative des droites :

(AM) et (LK) (HJ) et (BC)

(AB) et (LK) (EB) et (LD)

2. Déterminer la position relative des droites et plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

(BH) et (DKC) (AM) et (IJK)

(JM) et (EHK) (CE) et (ADH)

3. Déterminer la position relative des plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

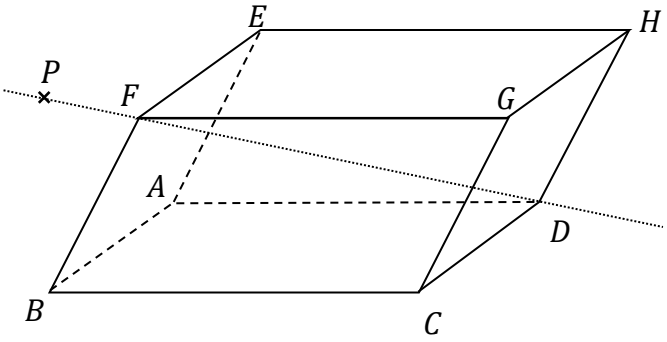
(DMC) et (IJK) (DBM) et (LAC)

(AIJ) et (HLC) (KAL) et (DHE)

Entraînement 3

La figure ci-contre représente un parallélépipède $ABCDEFGH$. Le point P est sur la droite (FD).

Aucune justification n'est demandée



1. Déterminer la position relative des droites :

(ED) et (CF) (DF) et (EA)

(PB) et (DF) (PH) et (FB)

2. Déterminer la position relative des droites et plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

(PF) et (AEH) (DF) et (BPH)

(EC) et (GHD) (AF) et (GCD)

3. Déterminer la position relative des plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

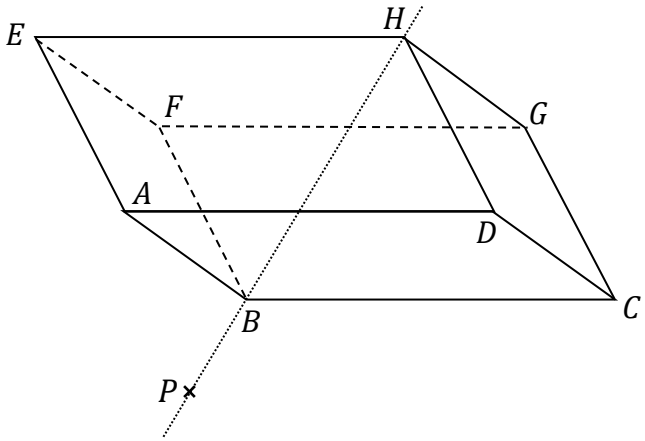
(EFG) et (HDC) (AEF) et (BCD)

(AED) et (BCG) (FED) et (PBH)

Entraînement 4

La figure ci-contre représente un parallélépipède $ABCDEFGH$. Le point P est sur la droite (BH).

Aucune justification n'est demandée



1. Déterminer la position relative des droites :

(AH) et (GB) (HP) et (EC)

(GF) et (DC) (AD) et (HB)

2. Déterminer la position relative des droites et plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

(CE) et (GFH) (EB) et (GDC)

(BP) et (EHC) (HP) et (ADC)

3. Déterminer la position relative des plans suivants. On précisera les intersections éventuelles.

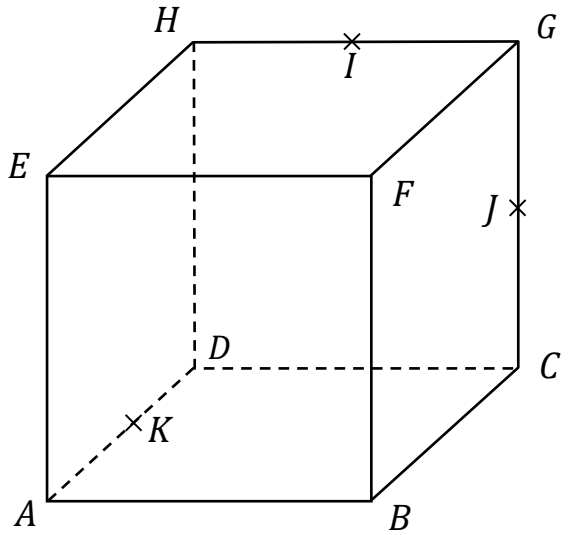
(EFB) et (ADC) (EAD) et (BGC)

(BEH) et (GDC) (BEG) et (FGC)

Savoir Ve. 2:
Repères et coordonnées

Entraînement 1

1. On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-contre.
Les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[HG]$, $[GC]$ et $[AD]$.
On se place dans le repère $\left(H, \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{HD}\right)$.



- **a.** Donner les coordonnées des points D, H, C, B, I et K.
- **b.** Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DH}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CJ}$, $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{JK}$.
- **c.** Soit $\vec{u} = \overrightarrow{HE} - 4\overrightarrow{HD}$ et $\vec{v} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HD} + 5\overrightarrow{HE} - \overrightarrow{GH}$.
  Donner les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on donne les points $A(0; 1; -2)$ $B(-5; -2; 1)$ $C(10; 1; 0)$.

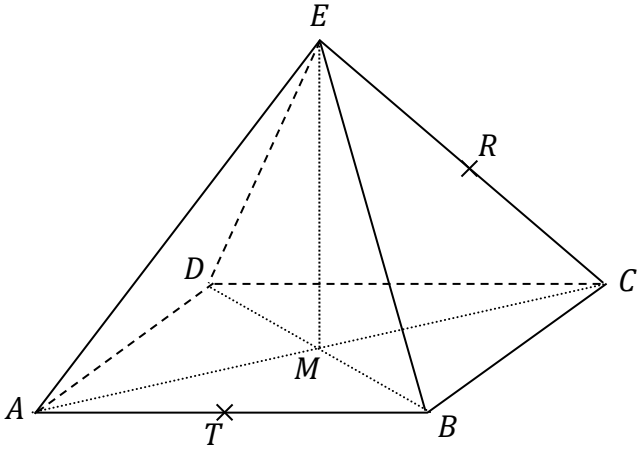
- **a.** Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BA}$ et de $\overrightarrow{AC}$.
- **b.** Calculer la longueur AC.
- **c.** On appelle R le milieu de $[BC]$. Calculer ses coordonnées.
- **d.** On définit le point M par l'égalité :

$$\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC}$$

Calculer les coordonnées de M.

Entraînement 2

1. On considère la pyramide $ABCDE$ à base carrée représentée ci-contre.
Les points R et T sont les milieux respectifs des segments $[EC]$ et $[AB]$.
On se place dans le repère $\left(M, \overrightarrow{MC}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MB}\right)$.



- **a.** Donner les coordonnées des points D, C, M, R et T.
- **b.** Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{TM}$, $\overrightarrow{RB}$, $\overrightarrow{AR}$ et $\overrightarrow{RT}$.
- **c.** Soit $\vec{u} = 5\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ et $\vec{v} = 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{EM} - 3\overrightarrow{MB}$.
  Donner les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on donne les points $M(5; -3; 2)$ $N(-1; 0; 4)$ $P(3; -2; 1)$.

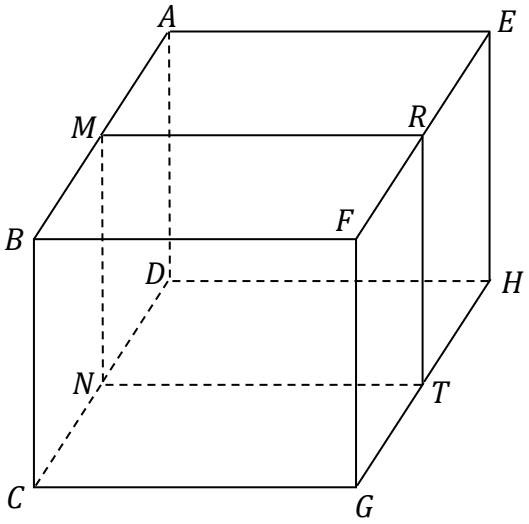
- **a.** Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{NP}$ et de $\overrightarrow{PM}$.
- **b.** Calculer la longueur NP.
- **c.** On appelle S le milieu de $[MN]$. Calculer ses coordonnées.
- **d.** On définit le point K par l'égalité :

$$\overrightarrow{NK} = 3\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM}$$

Calculer les coordonnées de K.

Entraînement 3

1. On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-contre.
Les points M, N, T et R sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[DC]$, $[GH]$ et $[EF]$.
On se place dans le repère $\left(T, \overrightarrow{TN}, \overrightarrow{TG}, \overrightarrow{TR}\right)$.



a. Donner les coordonnées des points G, T, E, D, A et B.

b. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{NT}$, $\overrightarrow{GM}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{AT}$.

c. Soit $\vec{u} = 5\overrightarrow{TN} - \overrightarrow{TG}$ et $\vec{v} = 2\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{GT} - 7\overrightarrow{TN}$.
Donner les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. Soit α un nombre réel.
Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on donne les points $K(-3; 4; \alpha)$ $R(2; 4; 1-\alpha)$ $G(\alpha; 2; -1)$.

a. Exprimer les coordonnées de $\overrightarrow{GR}$ et de $\overrightarrow{KG}$ en fonction de α.

b. Exprimer la longueur GR en fonction de α. Simplifier l'expression obtenue.

c. On appelle I le milieu de $[KR]$. Exprimer ses coordonnées en fonction de α.

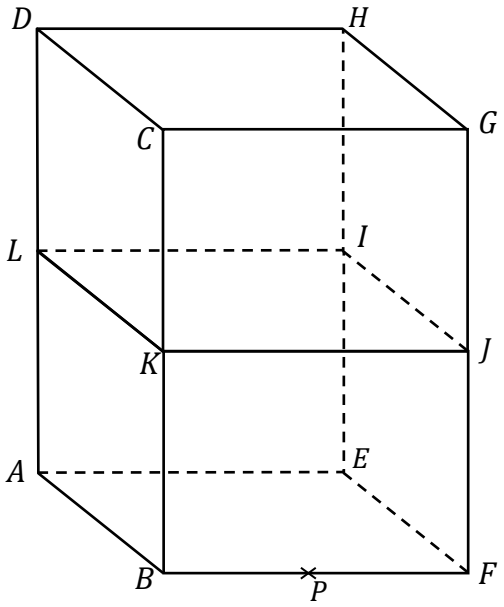
d. On définit le point M par l'égalité :

$$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{KG} - \overrightarrow{GR}$$

Exprimer les coordonnées de M en fonction de α.

Entraînement 4

1. On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ représenté ci-contre. Les points I, J, K, L et P sont les milieux respectifs des segments $[EH]$, $[FG]$, $[BC]$, $[AD]$ et $[BF]$. On se place dans le repère $\left(L, \overrightarrow{LA}, \overrightarrow{LK}, \overrightarrow{LI}\right)$.



a. Donner les coordonnées des points I, F, H, C et P.

b. Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{HP}$.

c. Donner les coordonnées du vecteur $\vec{v} = -\frac{1}{7}\overrightarrow{KL} + 2\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LI}$.

2. Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on donne les points $R(-2; 3; 5)$ $T(-1; 0; -2)$ $F(6; -1; 2)$.

a. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{RT}$.

b. Calculer la longueur RT.

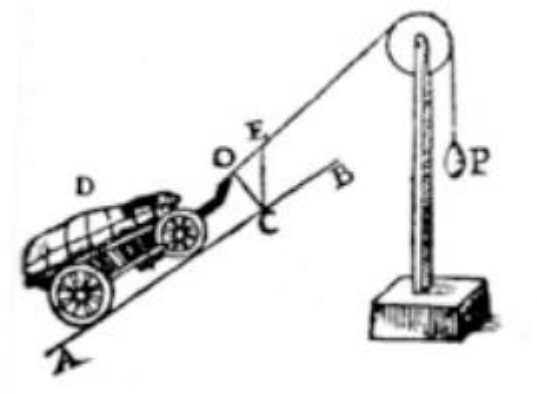
c. On appelle M le milieu de $[TF]$. Calculer ses coordonnées.

d. On définit le point N par l'égalité $\overrightarrow{TN} = -2\overrightarrow{RT}$.
Calculer les coordonnées de N.

Savoir Ve. 3 : Colinéarité

Entraînement 1

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.



1. Les vecteurs $\vec{a}\begin{pmatrix} 2 \\ -\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?
Si oui, déterminer une relation de colinéarité liant ces deux vecteurs.

2. On donne : $A(-3\ ;\ 2\ ;\ 1)$; $B(2\ ;\ -13\ ;\ 4)$ et $C(-6\ ;\ 14\ ;\ 2)$.
Ces trois points sont-ils alignés ?

3. On donne les coordonnées de quatre points mobiles en fonction du temps t (en secondes) :
$A(t; t-1; 0)$; $B(2; 3t\ ; t)$; $C(6; 3\ ; 2t)$ et $D(3t; -6t; -t)$.
Montrer que les droites (AB) et (CD) restent à tout instant parallèles.

Entraînement 2

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. Les vecteurs $\vec{a}\begin{pmatrix} 21 \\ 7 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?
Si oui, déterminer une relation de colinéarité liant ces deux vecteurs.

2. On donne : $A(3\ ;\ 1\ ;\ -3)$; $B(4\ ;\ 0\ ;\ 1)$; $C(5\ ;\ -2\ ; 0)$ et $D(-4; -1; 10)$.
(AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

3. On donne les coordonnées de trois points mobiles en fonction du temps t (en secondes) :
$A(1+t; 1-t; 2)$; $B(t+4; 3-t\ ; 1)$ et $C(4t+1; 1+t\ ; 2-t)$.
Montrer que ces trois points restent à tout instant alignés.

Entraînement 3

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. Soit α un nombre réel.
Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha+1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \alpha^2-\alpha \\ \alpha^2-1 \\ 1-\alpha \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?
Si oui, déterminer une relation de colinéarité liant ces deux vecteurs.

2. On donne : $A(-1; 4; 5)$; $B(-4; 7; 11)$; $C(2; 3; 0)$ et $D(7; -2; -10)$.
(AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

3. On donne les coordonnées de trois points mobiles en fonction du temps t (en secondes) :
$A(-2; 2t; t)$; $B(0; 1+t; 0)$ et $C(-2t; 1+t^2; t^2)$.
Montrer que ces trois points restent à tout instant alignés.

Entraînement 4

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. Les vecteurs $\vec{a}\left(\frac{1}{3}\ ;\ -2\ ;\ -\frac{2}{3}\right)$ et $\vec{b}\left(\frac{1}{2}\ ;\ -3\ ;\ -1\right)$ sont-ils colinéaires ?
Si oui, déterminer une relation de colinéarité liant ces deux vecteurs.

2. On donne les coordonnées de deux points fixes $A(1; 0; 2)$ et $B(-1; 3; 1)$ et d'un point mobile en fonction du temps t (en secondes) : $C(3 + 2t; -3 - 3t\ ; 3 + t)$.
Montrer que ces trois points restent à tout instant alignés.

3. On donne : $A(1\ ;\ -2\ ;\ -1)$; $B(-1\ ; 3\ ; 2)$; $E(-7\ ;\ -3\ ; 1)$ et $F(4; 1; 0)$.
(AF) et (BE) sont-elles parallèles ?

Savoir Ve. 4 : Représentation paramétrique d'une droite

Entraînement 1

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $K(-1; -2; 0)$ et $H(3; -1; -2)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HK).

2. On considère la droite δ dont une représentation paramétrique est :

$$\delta : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -3 \\ z = -2t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

a. Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite δ.

b. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite δ.

c. On considère les points $M(-2; -3; 10)$ et $N(10; -3; -12)$.
Les points M et N appartiennent-ils à la droite δ ?

Entraînement 2

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $R(2; -3; 1)$ et $T(4; 2; -1)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (RT).

2. On considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 5t + 1 \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

a. Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite Δ.

b. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite Δ.

c. On considère les points $M(-4; 5; 2)$ et $N(-19; 13; -2)$.
Les points M et N appartiennent-ils à la droite Δ ?

Entraînement 3

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $E(3; 2; -1)$ et $F(-2; -3; 0)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EF).

2. On considère la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = \dfrac{\lambda}{3} \\ z = 5\lambda + 1 \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

a. Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite Δ.

b. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite Δ.

c. On considère les points $M(12; -3; -44)$ et $N(-4; 2; 20)$.
Les points M et N appartiennent-ils à la droite Δ ?

Entraînement 4

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $M(2; -1; 1)$ et $N(0; -2; 3)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (MN).

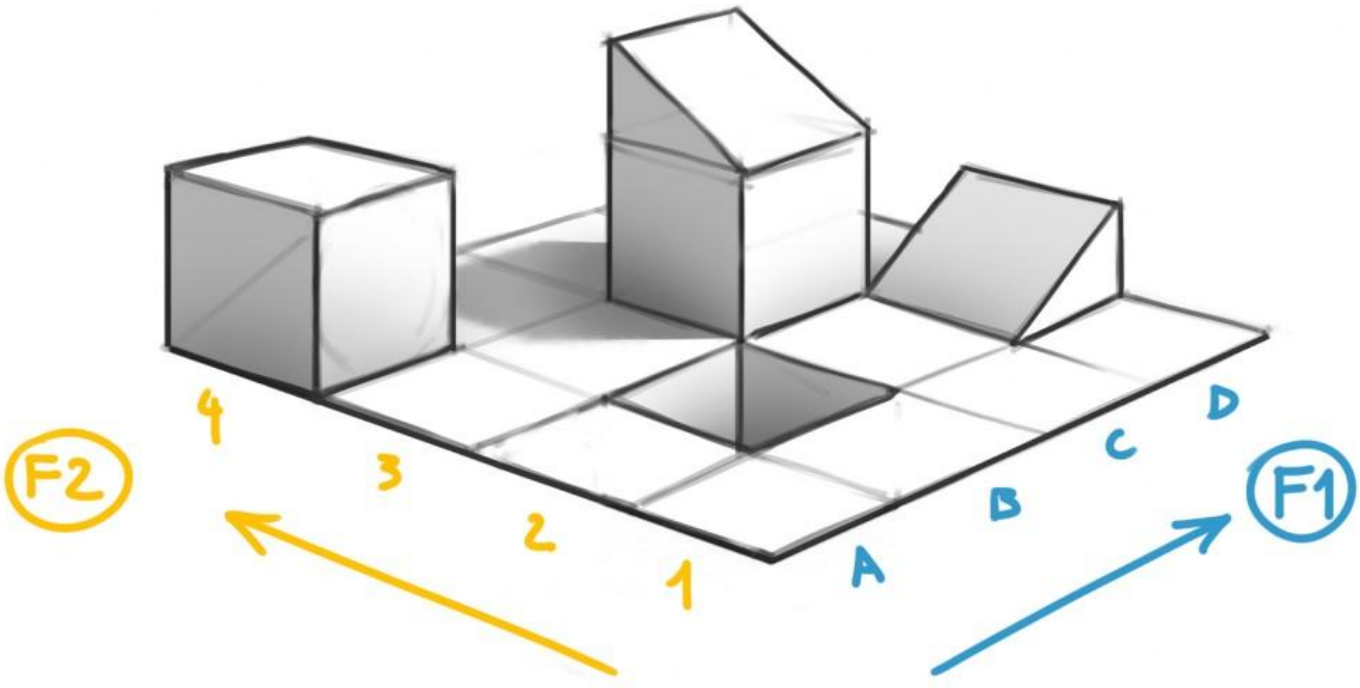
2. On considère la droite δ dont une représentation paramétrique est :

$$\delta : \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 - t \\ z = 7t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

a. Donner les coordonnées de deux points distincts de la droite δ.

b. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite δ.

c. Le point $M(5; 3; -28)$ appartient-il à la droite δ ?



Savoir Ve. 5 : Coplanarité

Entraînement 1

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $A(-2; 0; 1)$, $B(4; -2; 1)$, $C(-4; -6; 3)$ et $D(2; 2; 0)$.

a. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$ ainsi que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

b. Que peut-on en déduire à propos des points A, B, C et D ?

2. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?

b. Existe-t-il deux réels α et β tels que $\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$?

c. Qu'en déduit-on à propos des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?

Entraînement 2

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $A(1; -1; 2)$, $B(7; -5; 2)$, $C(-1; 2; 1)$ et $D(8; -4; 1)$.

a. Calculer les coordonnées du vecteur $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$.

b. Que peut-on en déduire à propos des points A, B, C et D ?

2. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

b. Existe-t-il deux réels α et β tels que $\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$?

c. Qu'en déduit-on à propos des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?

Entraînement 3

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $A(1; 2; -1)$, $B(3; 3; -1)$, $C(1; 5; -3)$ et $D(2; 7; -4)$.

a. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$ ainsi que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

b. Que peut-on en déduire à propos des points A, B, C et D ?

2. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?

b. Existe-t-il deux réels m et n tels que $\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w}$?

c. Qu'en déduit-on à propos des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?

Entraînement 4

On se place dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

1. On considère les points $C(3; -1; 4)$, $D(5; 0; 4)$, $E(2; -1; 5)$ et $F(6; 1; 5)$.

a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CF}$. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont-ils colinéaires ?

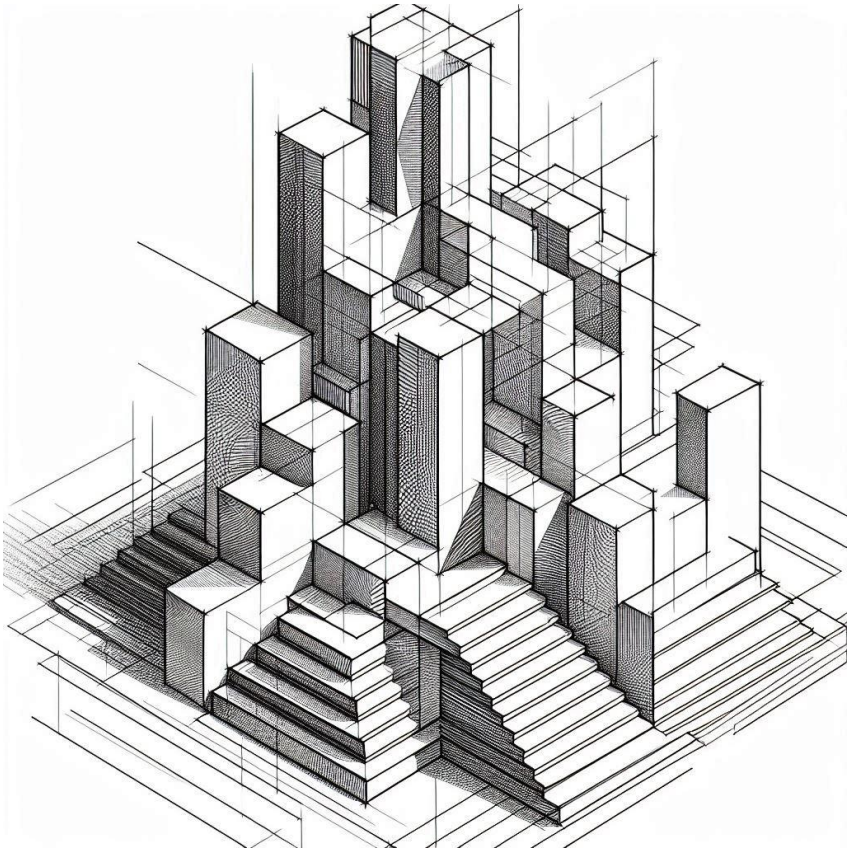
b. Existe-t-il deux réels a et b tels que $\overrightarrow{CF} = a\overrightarrow{CE} + b\overrightarrow{CF}$

c. Que peut-on en déduire à propos des points C, D, E et F ?

2. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\-6\\7\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}4\\0\\1\end{pmatrix}$.

a. Montrer qu'on a : $\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w} = \vec{0}$

b. Qu'en déduit-on à propos des vecteurs



Corrections

Corrections Savoir Ve. 1

Corrigé Entraînement n°1

1.	(BG) et (CF) sont sécantes	(CG) et (BD) sont non coplanaires	(AE) et (BF) sont sécantes	(AD) et (GF) sont parallèles
2.	(HG) et (ABC) sont parallèles	(EC) et (ABD) sont sécants en C	(EB) et (DCG) sont parallèles	(KD) est incluse dans (ABC)
3.	(ABC) et (CFG) sont sécants en (BC)	(EFG) et (ACD) sont parallèles	(AKF) et (DHG) sont parallèles	(AEF) et (BCD) sont sécants en (AB)

Corrigé Entraînement n°2

1.	(AM) et (LK) sont non coplanaires	(HJ) et (BC) sont sécantes	(AB) et (LK) sont parallèles	(EB) et (LD) sont non coplanaires
2.	(BH) et (DKC) sont sécants en H	(AM) et (IJK) sont parallèles	(JM) est incluse dans (EHK)	(CE) et (ADH) sont sécants en E
3.	(DMC) et (IJK) sont parallèles	(DBM) et (LAC) sont sécants en (AC)	(AIJ) et (HLC) sont parallèles	(KAL) et (DHE) sont sécants en (AL)

Corrigé Entraînement n°3

1.	(ED) et (CF) sont parallèles	(DF) et (EA) sont non coplanaires	(PB) et (DF) sont sécantes en P	(PH) et (FB) sont sécantes
2.	(PF) et (AEH) sont sécants en D	(DF) est incluse dans (BPH)	(EC) et (GHD) sont sécants en C	(AF) et (GCD) sont parallèles
3.	(EFG) et (HDC) sont sécants en (GH)	(AEF) et (BCD) sont sécants en (AB)	(AED) et (BCG) sont parallèles	(FED) et (PBH) sont sécants en (FD)

Corrigé Entraînement n°4

1. (AH) et (GB) sont **parallèles**

(GF) et (DC) sont **non coplanaires**

2. (CE) et (GFH) sont **sécants en E**

(BP) est **incluse dans** (EHC)

3. (EFB) et (ADC) sont **sécants en** (AB)

(BEH) et (GDC) sont **sécants en** (HC)

(HP) et (EC) sont **sécantes**

(AD) et (HB) sont **non coplanaires**

(EB) et (GDC) sont **parallèles**

(HP) et (ADC)sont **sécants en B**

(EAD) et (BGC) sont **parallèles**

(BEG) et (FGC) sont **sécants en** (GB)

Corrections Savoir Ve. 2

Corrigé Entraînement n°1

1. a. $D(0;0;1)$, $H(0;0;0)$, $C(0;1;1)$, $B(1;1;1)$, $I\left(0;\frac{1}{2};0\right)$ et $K\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

b. $\overrightarrow{DH}(0;0;-1)$, $\overrightarrow{CB}(1;0;0)$, $\overrightarrow{CJ}\left(0;0;-\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{EC}(-1;1;1)$ et $\overrightarrow{JK}\left(\frac{1}{2};-1;\frac{1}{2}\right)$.

c. $\vec{u}(1;0;-4)$ et $\vec{v}\left(5;1;\frac{1}{3}\right)$.

2. a. On trouve : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}x_A-x_B\\y_A-y_B\\z_A-z_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\3\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}10\\0\\2\end{pmatrix}$.

b. $AC=\sqrt{\left(x_{\overrightarrow{AC}}\right)^2+\left(y_{\overrightarrow{AC}}\right)^2+\left(z_{\overrightarrow{AC}}\right)^2}=\sqrt{100+0+4}=\sqrt{104}=2\sqrt{26}.$

c. On trouve :

$$R\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2};\frac{z_B+z_C}{2}\right)=\left(\frac{5}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

d. Soit $(x;y;z)$ les coordonnées du point M. On a :

$$\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AC}$$
$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-5-x\\-2-y\\1-z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\3\\-3\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}10\\0\\2\end{pmatrix}$$
$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-5-x\\-2-y\\1-z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\\3\\1\end{pmatrix}\quad\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-30\\-5\\0\end{pmatrix}$$

On a donc : $M(-30;-5;0)$.

Corrigé Entraînement n°2

1. a. $D(0;0;-1)$, $C(1;0;0)$, $M(0;0;0)$, $R\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$ et $T\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$.

b. $\overrightarrow{MB}(0;0;1)$, $\overrightarrow{TM}\left(\frac{1}{2};0;-\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{RB}\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{AR}\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$ et $\overrightarrow{RT}\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

c. $\vec{u}(-1;0;5)$ et $\vec{v}(2;-1;-3)$.

2. a. On trouve : $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}x_P-x_N\\y_P-y_N\\z_P-z_N\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$.

b. $NP=\sqrt{\left(x_{\overrightarrow{NP}}\right)^2+\left(y_{\overrightarrow{NP}}\right)^2+\left(z_{\overrightarrow{NP}}\right)^2}=\sqrt{16+4+9}=\sqrt{29}$.

c. On trouve :

$$S\left(\frac{x_M+x_N}{2};\frac{y_M+y_N}{2};\frac{z_M+z_N}{2}\right)=\left(2;-\frac{3}{2};3\right)$$

d. Soit $(x;y;z)$ les coordonnées du point K. On a :

$$\overrightarrow{NK}=3\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PM}$$
$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x+1\\y\\z-4\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}4\\-2\\-3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$$
$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x+1\\y\\z-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14\\-7\\-8\end{pmatrix}\quad\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\-7\\-4\end{pmatrix}$$

On a donc : $K(13;-7;-4)$.

Corrigé Entraînement n°3

1. a. $G(0;1;0)$, $T(0;0;0)$, $E(0;-1;1)$, $D(1;-1;0)$, $A(1;-1;1)$ et $B(1;1;1)$.

b. $\overrightarrow{NT}(-1;0;0)$, $\overrightarrow{GM}(1;-1;1)$, $\overrightarrow{EB}(1;2;0)$, $\overrightarrow{CE}(-1;-2;1)$ et $\overrightarrow{AT}(-1;1;-1)$.

c. $\vec{u}(5;-1;0)$ et $\vec{v}(-7;-1;2)$.

2. a. On trouve : $\overrightarrow{GR}\begin{pmatrix}x_R-x_G\\y_R-y_G\\z_R-z_G\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-\alpha\\2\\2-\alpha\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KG}\begin{pmatrix}\alpha+3\\-2\\-1-\alpha\end{pmatrix}$.

b. $GR=\sqrt{\left(x_{\overrightarrow{GR}}\right)^2+\left(y_{\overrightarrow{GR}}\right)^2+\left(z_{\overrightarrow{GR}}\right)^2}=\sqrt{(2-\alpha)^2+4+(2-\alpha)^2}=\sqrt{12-8\alpha+2\alpha^2}$.

c. On trouve :

$$I\left(\frac{x_K+x_R}{2};\frac{y_K+y_R}{2};\frac{z_K+z_R}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2};4;\frac{1}{2}\right)$$

d. Soit $(x;y;z)$ les coordonnées du point M. On a :

$$\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{KG}-\overrightarrow{GR}$$
$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\alpha-x\\2-y\\-1-z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha+3\\-2\\-1-\alpha\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2-\alpha\\2\\2-\alpha\end{pmatrix}$$
$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}\alpha-x\\2-y\\-1-z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\alpha+1\\-4\\-3\end{pmatrix}\quad\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\alpha-1\\6\\2\end{pmatrix}$$

On a donc : $M(-\alpha-1;6;2)$.

Corrigé Entraînement n°4

1. a. On obtient : $\boldsymbol{I(0;0;1)}$, $\boldsymbol{F(1;1;1)}$, $\boldsymbol{H(-1;0;1)}$, $\boldsymbol{C(-1;1;0)}$ **et** $\boldsymbol{P\left(1;1;\frac{1}{2}\right)}$.

b. On obtient : $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}\boldsymbol{-2}\\\boldsymbol{1}\\\boldsymbol{-1}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{-1}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HP}\begin{pmatrix}\boldsymbol{2}\\\boldsymbol{1}\\\boldsymbol{-\frac{1}{2}}\end{pmatrix}$. **c.** $\vec{v}\begin{pmatrix}\boldsymbol{2}\\\boldsymbol{\frac{1}{7}}\\\boldsymbol{-1}\end{pmatrix}$.

2. a. $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}\boldsymbol{1}\\\boldsymbol{-3}\\\boldsymbol{-7}\end{pmatrix}$. **b.** $RT = \sqrt{1+9+49} = \boldsymbol{\sqrt{59}}$. **c.** $\boldsymbol{M\left(\frac{5}{2};-\frac{1}{2};0\right)}$.

d. Soit $N(x;y;z)$. On a : $\overrightarrow{TN} = -2\overrightarrow{RT} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x+1\\y\\z+2\end{pmatrix} = -2\begin{pmatrix}1\\-3\\-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\6\\14\end{pmatrix} \Leftrightarrow \boldsymbol{N(-3;6;12)}$

Corrections Savoir Ve. 3

Corrigé Entraînement n°1

1. On a $\frac{x_{\vec{b}}}{x_{\vec{a}}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$; $\frac{y_{\vec{b}}}{y_{\vec{a}}} = \frac{-2}{-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ et $\frac{z_{\vec{b}}}{z_{\vec{a}}} = \frac{1}{1/\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.
Attention : **il est interdit d'utiliser une valeur approchée** (1,414) pour démontrer une égalité.
On a donc : $\vec{b} = \sqrt{2}\vec{a}$ donc $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.

2. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-15\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\12\\1\end{pmatrix}$. On a $\frac{z_{\overrightarrow{AB}}}{z_{\overrightarrow{AC}}} \neq \frac{x_{\overrightarrow{AB}}}{x_{\overrightarrow{AC}}}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, donc A, B et C ne sont pas alignés.

3. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-t\\2t+1\\t\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3t-6\\-6t-3\\-3t\end{pmatrix}$. On constate donc que $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$ donc (AB) et (CD) sont effectivement parallèles.

Corrigé Entraînement n°2

1. On a $\frac{x_{\vec{b}}}{x_{\vec{a}}} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$; $\frac{y_{\vec{b}}}{y_{\vec{a}}} = \frac{3}{7}$ et $\frac{z_{\vec{b}}}{z_{\vec{a}}} = \frac{-1/7}{-1/3} = \frac{3}{7}$.
Attention : **il est interdit d'utiliser une valeur approchée** pour démontrer une égalité.
On a donc : $\vec{b} = \frac{3}{7}\vec{a}$ (ou $\vec{a} = \frac{7}{3}\vec{b}$) donc $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.

2. On a : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-3\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-8\\-1\\9\end{pmatrix}$. On a $\frac{y_{\overrightarrow{BD}}}{y_{\overrightarrow{AC}}} \neq \frac{x_{\overrightarrow{BD}}}{x_{\overrightarrow{AC}}}$ donc $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, donc (AC) et (BD) ne sont pas parallèles.

3. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3t\\2t\\-t\end{pmatrix}$. On constate donc que $\overrightarrow{AC} = t\,\overrightarrow{AB}$ donc les points A, B et C sont alignés.

Corrigé Entraînement n°3

1. On a : $\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} = \frac{\alpha^2-\alpha}{\alpha} = \alpha - 1$; $\frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}} = \frac{\alpha^2-1}{\alpha+1} = \frac{(\alpha-1)(\alpha+1)}{\alpha+1} = \alpha - 1$ et $\frac{z_{\vec{u}}}{z_{\vec{v}}} = \frac{1-\alpha}{-1} = -1+\alpha = \alpha - 1$.

On a donc : $\vec{v} = (\alpha - 1)\vec{u}$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\3\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}5\\-5\\-10\end{pmatrix}$. On a $\overrightarrow{AB} = 3\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = -5\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, donc (AB) et (CD) sont parallèles.

3. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1-t\\-t\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2t+2\\1-2t+t^2\\t^2-t\end{pmatrix}$.

On a : $\frac{x_{\overrightarrow{AC}}}{x_{\overrightarrow{AB}}} = -t+1$; $\frac{y_{\overrightarrow{AC}}}{y_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{1-2t+t^2}{1-t} = \frac{(1-t)^2}{1-t} = 1-t$ et $\frac{z_{\overrightarrow{AC}}}{z_{\overrightarrow{AB}}} = -t+1$

On constate donc que $\overrightarrow{AC} = (1-t)\overrightarrow{AB}$ donc les points A, B et C sont alignés.

Corrigé Entraînement n°4

1. On a $\vec{b} = \frac{3}{2}\vec{a}$ donc $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.

2. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2+2t\\-3-3t\\1+t\end{pmatrix}$.

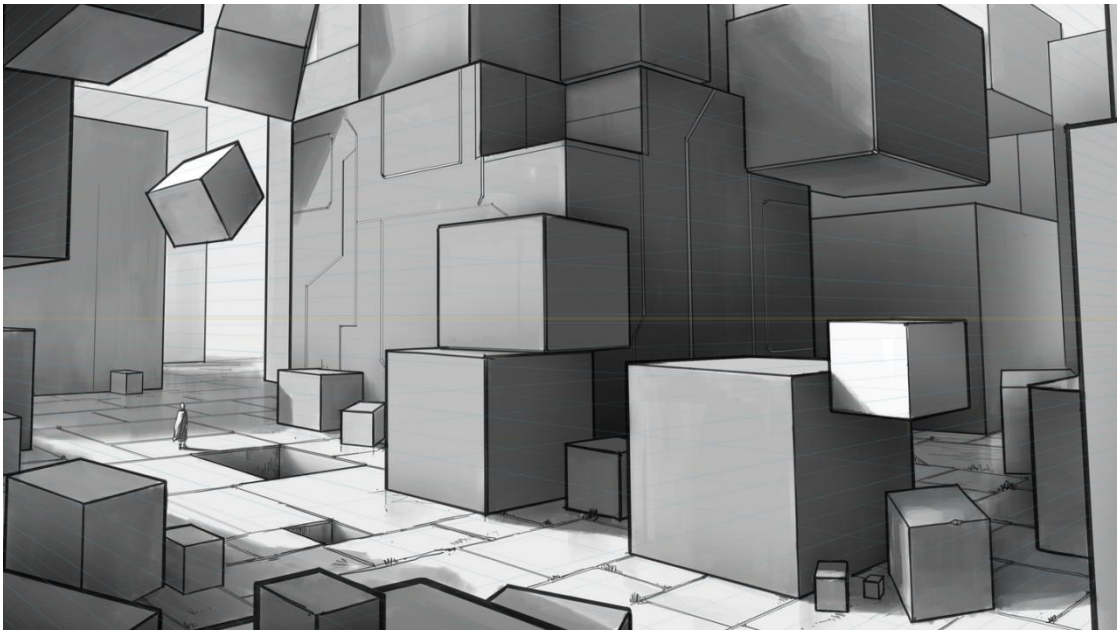
On a $\frac{x_{\overrightarrow{AC}}}{x_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{2+2t}{-2} = -1-t$; $\frac{y_{\overrightarrow{AC}}}{y_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{-3-3t}{3} = -1-t$ et $\frac{z_{\overrightarrow{AC}}}{z_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{1+t}{-1} = -1-t$

On observe donc que $\overrightarrow{AC} = -(1+t)\overrightarrow{AB}$: les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont donc à tout instant colinéaires, et donc les points A, B et C restent à tout instant alignés.

3. On a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-6\\-6\\-1\end{pmatrix}$.

On a : $\frac{x_{\overrightarrow{BE}}}{x_{\overrightarrow{AF}}} \neq \frac{z_{\overrightarrow{BE}}}{z_{\overrightarrow{AF}}}$ donc $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BE}$ ne sont pas colinéaires,

donc (AF) et (BE) ne sont pas parallèles.



Corrections Savoir Ve. 4

Corrigé Entraînement n°1

1. On a : $\overrightarrow{KH}\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}$ donc (HK) : $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+t\\z=-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ (en partant de K)

ou $\begin{cases}x=3+4s\\y=-1+s\\z=-2-2s\end{cases}$, $s\in\mathbb{R}$ (en partant de H)

On peut aussi utiliser le vecteur $\overrightarrow{HK}$ à la place du vecteur $\overrightarrow{KH}$ et on obtient encore d'autres représentations…

2. **a.** On donne par exemple : pour $t=0$, $A(3;-3;0)$ et pour $t=1$, $B(4;-3;-2)$.

b. On donne par exemple : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix}$.

c. Pour M, on résout : $\begin{cases}-2=3+t\\-3=-3\\10=-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-5\\t=-5\end{cases}$ le système a une solution, donc $M\in\delta$.

Pour N, on résout : $\begin{cases}10=3+t\\-3=-3\\-12=-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=7\\t=6\end{cases}$ le système n'a pas de solution, donc $N\notin\delta$.

Corrigé Entraînement n°2

1. On a : $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}2\\5\\-2\end{pmatrix}$ donc (RT) : $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3+5t\\z=1-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ (en partant de R)

ou $\begin{cases}x=4+2s\\y=2+5s\\z=-1-2s\end{cases}$, $s\in\mathbb{R}$ (en partant de T)

On peut aussi utiliser le vecteur $\overrightarrow{TR}$ à la place du vecteur $\overrightarrow{RT}$ et on obtient encore d'autres représentations…

2. **a.** On donne par exemple : pour $t=0$, $A(1;1;2)$ et pour $t=1$, $B(6;-2;3)$.

b. On donne par exemple : $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-3\\1\end{pmatrix}$.

c. Pour M, on résout : $\begin{cases}-4=5t+1\\5=1-3t\\2=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-4/3\\t=0\end{cases}$ le système na pas de une solution, donc $M\notin\Delta$.

Pour N, on résout : $\begin{cases}-19=5t+1\\13=1-3t\\-2=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-4\\t=-4\\t=-4\end{cases}$ le système a une solution, donc $N\in\Delta$.

Corrigé Entraînement n°3

1. On a : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-5\\-5\\1\end{pmatrix}$ donc (EF) : $\begin{cases}x=3-5t\\y=2-5t\\z=-1+t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ (en partant de E)

ou $\begin{cases}x=-2-5s\\y=-3-5s\\z=s\end{cases}$, $s\in\mathbb{R}$ (en partant de F)

On peut aussi utiliser le vecteur $\overrightarrow{FE}$ à la place du vecteur $\overrightarrow{EF}$ et on obtient encore d'autres représentations…

2. **a.** On donne par exemple : pour $t=0$, $A(3;0;1)$ et pour $t=3$, $B(0;1;16)$.

b. On donne par exemple : $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\\frac{1}{3}\\5\end{pmatrix}$ ou $\vec{v}=3\vec{u}=\begin{pmatrix}-3\\1\\15\end{pmatrix}$.

c. Pour M, on résout : $\begin{cases}12=3-\lambda\\-3=\frac{\lambda}{3}\\-44=5\lambda+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-9\\t=-9\\t=-9\end{cases}$ le système a une solution, donc $M\in\Delta$.

Pour N, on résout : $\begin{cases}-4=3-\lambda\\2=\frac{\lambda}{3}\\20=5\lambda+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=7\\t=6\\t=19/5\end{cases}$ le système n'a pas de solution, donc $N\notin\Delta$.

Corrigé Entraînement n°4

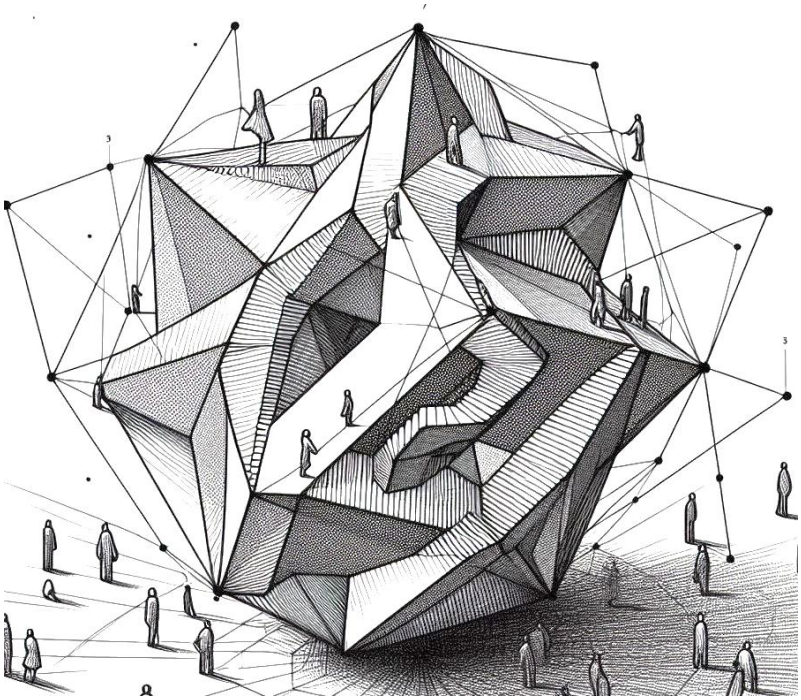
1. On a $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix}$ donc une (MN) a pour représentation paramétrique : (MN) : $\begin{cases}\boldsymbol{x=2-2t}\\\boldsymbol{y=-1-t}\\\boldsymbol{z=1+2t}\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

2. **a.** Par exemple : $A(\mathbf{5};-\mathbf{1};\mathbf{0})$ et $B(\mathbf{5};-\mathbf{2};\mathbf{7})$.

b. Par exemple : $\vec{u}\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\-\mathbf{1}\\\mathbf{7}\end{pmatrix}$.

c. On résout : $\begin{cases}5=5\\3=-1-t\\-28=7t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5=5\\t=-4\\t=-4\end{cases}$

Le système a donc une solution donc $\boldsymbol{M\in\delta}$.



Corrections Savoir Ve. 5

Corrigé Entraînement n°1

1. a. On a : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b. On a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires, donc les points A, B, C et D sont aussi coplanaires.

2. a. On a $\frac{x_{\vec{w}}}{x_{\vec{u}}} \neq \frac{y_{\vec{w}}}{y_{\vec{u}}}$ donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires.

b. On résout : $\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -\alpha + 2\beta = 3 \\ \beta = -1 \\ 3\alpha + \beta = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -5 \\ \beta = -1 \\ \alpha = 1 \end{cases}$

Il est donc impossible de trouver deux réels α et β tels que $\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$.

c. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ étant non nuls, c'est donc que les trois vecteurs ne sont pas coplanaires : ils forment une base de l'espace.

Corrigé Entraînement n°2

1. a. $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

b. On a : $\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires, donc les points A, B, C et D sont aussi coplanaires.

2. a. On a $\frac{x_{\vec{v}}}{x_{\vec{u}}} \neq \frac{y_{\vec{v}}}{y_{\vec{u}}}$ donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

b. On résout :

$$\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha - \beta = 2 \\ -\alpha + 3\beta = 1 \\ \alpha + 2\beta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\beta = 2 \\ 5\beta = 1 \\ \alpha = -2\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = -\frac{2}{3} \\ \beta = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Il est donc impossible de trouver deux réels α et β tels que $\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$.

c. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ étant non nuls, c'est donc que les trois vecteurs ne sont pas coplanaires : ils forment une base de l'espace.

Corrigé Entraînement n°3

1. a. On a : $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix}1\\5\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-9\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\3\\-2\end{pmatrix}$.

b. On a : $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AC}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires, donc les points A, B, C et D sont aussi coplanaires.

2. a. On a $\frac{x_{\vec{w}}}{x_{\vec{u}}} \neq \frac{y_{\vec{w}}}{y_{\vec{u}}}$ donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires.

b. On résout :

$$\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}4\\-1\\2\end{pmatrix} = m\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} + n\begin{pmatrix}2\\-2\\-1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}-m+2n=4\\ m-2n=-1\\ m-n=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m=2+n\\-2+n=4\\2-n=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}n=6\\n=3\end{cases}$$

Il est donc impossible de trouver deux réels m et n tels que $\vec{u} = m\vec{v} + n\vec{w}$.

c. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ étant non nuls, c'est donc que les trois vecteurs ne sont pas coplanaires : ils forment une base de l'espace.

Corrigé Entraînement n°4

1. a. $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CF} = \begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ ne sont pas colinéaires, car l'ordonnée de $\overrightarrow{CE}$ est nulle et non celle de $\overrightarrow{CD}$

b. $\overrightarrow{CF} = a\overrightarrow{CE} + b\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} = a\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}-a+2b=3\\ b=2\\ a=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-1+4=3\\ b=2\\ a=1\end{cases}$

Le système a bien une solution, et on a $\boldsymbol{\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CE} + 2\overrightarrow{CF}}$

c. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{CE}$ *et* $\overrightarrow{CF}$ sont coplanaires, donc les points C, D, E et F sont aussi coplanaires.

2. a. $\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w} = \begin{pmatrix}-5\\-6\\7\end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}4\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5-3+8\\-6+6+0\\7-9+2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} = \vec{0}$

b. $\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = 3\vec{v} - 2\vec{w}$ donc les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

