

Savoir Fc.4 - Algorithmes d'approximation

Entraînement 1

On donne l'algorithme ci-contre.

On entre la valeur $a = 1$ et la fonction $f(x) = \frac{7\sqrt{x}}{x+1}$

On admet que la fonction f est décroissante pour $x \geq 1$

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec les premières étapes de l'algorithme

Étapes	Init.	1	2	3
X				
$f(X)$				
$f(X) > 2$				

```
def f(X) :  
    return 7*X**0.5/(X+1)  
  
X = 1  
while f(X) > 2 :  
    X = X+1
```

- b. Quelle est la valeur de X à la fin de l'algorithme ? À quoi correspond-elle ?

Entraînement 2

On donne l'algorithme ci-contre.

- a. Recopier et compléter le tableau avec les premières étapes de l'algorithme, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Étapes	Init.	1	2	...
a				
b				
$b - a > 0,1$				
x				
$\sqrt{x^3} - 2 < 0$				

```
a = 0  
b = 2  
  
while b-a > 0.1 :  
    x = (a+b)/2  
    if (x**3)**0.5 - 2 < 0 :  
        a = x  
    else :  
        b = x
```

- b. Quelle est la valeur de x à la fin de l'algorithme ? À quoi correspond-elle ?

Entraînement 3

On donne l'algorithme ci-contre.

Quelle est la valeur de X à la fin de l'algorithme ?
À quoi correspond-elle ?

```
X = 0  
Y = 0  
  
while Y < 10 :  
    X = X + 0.01  
    Y = X**5
```

Entraînement 4

On donne l'algorithme ci-contre.

La fonction f est définie par $f(x) = 3 - x^3$

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec les premières étapes de l'algorithme, en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Étapes	Init.	1	2	...
a				
b				
$b - a > 0,05$				
x				
$f(a) \times f(x) > 0$				

b. Quelle est la valeur de x à la fin de l'algorithme ? À quoi correspond-elle ?

```
def f(x) :  
    return 3 - x**3  
a = 1  
b = 2  
  
while b-a > 0.05 :  
    x = (a+b)/2  
    if f(a)*f(x) > 0 :  
        a = x  
    else :  
        b = x
```

Entraînement 5

On donne l'algorithme ci-contre.

La fonction f est définie par $f(x) = \frac{2}{x^3} - 1$

Quelle est la valeur de x à la fin de l'algorithme ?
À quoi correspond-elle ?

```
def f(x) :  
    return 2/x**3 - 1  
a = 0.5  
b = 4  
  
while b-a > 0.1 :  
    x = (a+b)/2  
    if f(a)*f(x) < 0 :  
        b = x  
    else :  
        a = x
```

Corrections Savoir Fc.4

Corrigé Entraînement 1

a.

Étapes	Init.	1	2	3
X	1	2	3	4
$f(X)$	3,5	3,3	3,03	2,8
$f(X) > 2$	oui	oui	oui	oui

b.

A la fin de l'algorithme on obtient $X = 11$: c'est la première valeur entière de X pour laquelle $f(X) \leq 2$ (pour $X \geq 1$).
C'est donc la valeur approchée par excès d'une solution de $f(x) = 2$ à l'unité près, dans l'intervalle $[1; +\infty[$.

Corrigé Entraînement 2

a.

Étapes	Init.	1	2	3	4	5
a	0	1	1,5	1,5	1,5	1,5625
b	2	2	2	1,75	1,625	1,625
$b - a > 0,1$	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non
x	1	1,5	1,75	1,625	1,5625	
$\sqrt{x^3} - 2 < 0$	Oui	Oui	Non	Non	Oui	

b. A la fin de l'algorithme on a donc $x = 1,5625$

il s'agit de la valeur approchée par défaut à moins de 0,1 près d'une solution sur l'intervalle $[0; 2]$ de l'équation $\sqrt{x^3} - 2 = 0$

Corrigé Entraînement 3

On obtient $X = 1,59$

C'est la valeur approchée par excès à 0,01 près d'une solution de l'équation $x^5 = 10$ dans l'intervalle $[0; +\infty[$

Corrigé Entraînement 4

a.

Étapes	Init.	1	2	3	4	5
a	1	1	1,25	1,375	1,4375	1,4375
b	2	1,5	1,5	1,5	1,5	1,46875
$b - a > 0,05$	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non
x	1,5	1,25	1,375	1,4375	1,46875	
$f(a) \times f(x) > 0$	Non	Oui	Oui	Oui	Non	

b. à la fin de l'algorithme on a $x = 1,46875$ ce qui correspond à la valeur approchée par excès à moins de 0,05 près d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[1; 2]$.

Corrigé Entraînement 5

a	b	(a+b)/2	f(a)	f((a+b)/2)	f(a)*f((a+b)/2)	b-a
1	2	1,5	1	-0,40741	-0,407407407	1
1	1,5	1,25	1	0,024	0,024	0,5
1,25	1,5	1,375	0,024	-0,23065	-0,005535687	0,25
1,25	1,375	1,3125	0,024	-0,11543	-0,002770327	0,125
1,25	1,3125	1,28125	0,024	-0,04911	-0,001178741	0,0625

A la fin de l'algorithme on a $x = 1,3125$ ce qui correspond à la valeur approchée par excès à moins de 0,1 près d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$.