Corrections Savoir Cd. 5

Corrigé Exercice 18

a)
$$(x-5)(3-4x)=0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Soit
$$3-4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4} \Rightarrow \mathbf{S} = \left\{\frac{3}{4}; \mathbf{5}\right\}$$

b)
$$(3-6x)^2=0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul, comme c'est un carré les deux équations à résoudre sont les mêmes

$$\Leftrightarrow 3 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

La solution est « double » \Rightarrow $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

c)
$$2x(4-x)(2x+7)=0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Soit
$$4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Soit
$$2x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow \mathbf{S} = \left\{-\frac{7}{2}; \mathbf{0}; \mathbf{4}\right\}$$

d)
$$-2(2x+2)(1-2x)^2=0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul (et -2 n'est jamais nul)

Soit
$$2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{2} = -1$$

Soit
$$1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$
 (solution double)

$$S = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$$

a) (3x-6)(2x+8)=0

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$3x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

Soit
$$2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{2} = -4 \implies S = \{-4; 2\}$$

b)
$$3x(x-7) = 0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Soit
$$x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow \mathbf{S} = \{0; 7\}$$

c)
$$(3x + 2)^2 = 0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul, comme c'est un carré les deux équations à résoudre sont les mêmes

$$3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$$

La solution est « double » $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

d)
$$x(3-x)(2x+1)=0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$x = 0$$

Soit
$$3 - x = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Soit
$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \implies \mathbf{S} = \left\{-\frac{1}{2}; \mathbf{0}; \mathbf{3}\right\}$$

e) (x + 1)(3x - 4) = 4 Ce n'est pas une équation produit nul !!! vu que ce n'est pas égal à zéro, mais à 4... On peut essayer de développer et de réduire...

$$(x+1)(3x-4)=4 \Leftrightarrow 3x^2-4x+3x-4=4 \Leftrightarrow 3x^2-x-8=0$$
 On ne sait pas (encore) résoudre!

Corrigé Exercice 19

1) a) On résout
$$f(x) = 0 \iff (3x - 1)(x + 6) = 0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Soit
$$x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6$$

Les antécédents de 0 par f sont -6 et $\frac{1}{3}$

2) a) On résout
$$f(x) = 0 \iff -2(1 - 7x)(3x + 3) = 0$$

Soit
$$1 - 7x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}$$

Soit
$$3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe (Ox) sont :

$$F_1(-1; 0)$$
 et $F_2(\frac{1}{7}; 0)$

b)
$$g(x) = 0 \iff -2x(2 - 4x)^2 = 0$$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$-2x = 0 \iff x = 0$$

Soit
$$2-4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
 (solution double)

$$S = \left\{\mathbf{0}; \frac{1}{2}\right\}$$

b)
$$g(x) = 0 \iff x^2(x + 6) = 0$$

Soit
$$x^2 = 0 \iff x = 0$$
 (solution double)

Soit
$$x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6$$

Les coordonnées des points d'intersection de la courbe de g avec l'axe (Ox) sont :

$$O(0;0)$$
 et $G_1(-6;0)$

Corrigé Exercice 20

1) a)
$$\frac{4-2x}{x-3}=0$$

Valeur interdite : $x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$

Un quotient est nul quand son numérateur est nul $4-2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{4}{2}=2 \Rightarrow \mathbf{S}=\{2\}$

$$b) \ \frac{3x}{2x+1} = 0$$

Valeur interdite : $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Un quotient est nul quand son numérateur est nul $3x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow \mathbf{S} = \{\mathbf{0}\}\$

c)
$$\frac{(5-x)(2x-6)}{(x-3)(4+x)} = 0$$

Valeurs interdites : (x-3)(4+x) = 0

Soit
$$x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Soit
$$4 + x = 0 \iff x = -4$$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-4; 3\}$

Un quotient ... \Rightarrow (5-x)(2x-6x)=0

Un produit... Soit
$$5 - x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Soit
$$2x - 6 = 0 \iff x = \frac{6}{2} = 3$$

Mais attention, 3 est une valeur interdite, elle ne peut donc pas être solution de l'équation !!! $S = \{5\}$

d)
$$\frac{3x-7}{(2x-2)^2} = 0$$

Valeur interdite : $2x - 2 = 0 \iff x = \frac{2}{2} = 1$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Un quotient est nul quand son numérateur est nul

$$3x - 7 = 0 \iff x = \frac{7}{3} \implies \mathbf{S} = \left\{\frac{7}{3}\right\}$$

2) a)
$$\frac{(4x+4)(3-3x)}{x} = 0$$

Valeur interdite : x = 0

L'équation est définie sur \mathbb{R}^*

Un quotient est nul quand son numérateur est nul $\Rightarrow (4x + 4)(3 - 3x) = 0$

Un produit est nul si un des facteurs est nul

Soit
$$4x + 4 = 0 \iff x = -\frac{4}{4} = -1$$

Soit
$$3 - 3x = 0 \iff x = \frac{3}{3} = 1 \implies \mathbf{S} = \{-1; 1\}$$

$$b) \ \frac{2x}{x+1} = 0$$

Valeur interdite : $x + 1 = 0 \iff x = -1$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Un quotient

$$5x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \implies \mathbf{S} = \left\{-\frac{3}{5}\right\}$$

c)
$$\frac{(4x+8)(3x-2)}{x+2} = 0$$

La valeur interdite est x = -2

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$$\Leftrightarrow$$
 $(4x + 8)(3x - 2) = 0$ Un produit...

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = \frac{2}{3}$$

Comme la valeur interdite ne peut pas être

solution
$$\Rightarrow$$
 $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

d)
$$\frac{5x-1}{x^2+3} = 0$$
 Valeur interdite :

 $x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -3$ Or un carré n'est jamais négatif, donc il n'y a aucune valeur de x qui annule le dénominateur \Rightarrow L'expression est définie sur \mathbb{R}

Un quotient est nul quand son numérateur est nul

$$5x - 1 = 0 \iff x = \frac{1}{5} \implies \mathbf{S} = \left\{\frac{1}{5}\right\}$$

Corrigé Exercice 21

1) a. L' équation est définie sur
$$\mathbb{R}\setminus\{0\}$$

b.
$$\frac{2}{x} - 3 = \frac{2 - 3x}{x}$$

$$\mathbf{c.} \frac{2}{x} - 3 = 0 \iff \frac{2 - 3x}{x} = 0 \implies 2 - 3x = 0 \iff x = \frac{2}{3} \quad \text{Donc } \mathbf{S} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$$

2) a.
$$\frac{2}{2-x} + 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{2+4(2-x)}{2-x} = 0 \Leftrightarrow \frac{2+8-4x}{2-x} = 0 \Leftrightarrow \frac{-4x+10}{2-x} = 0$$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et $-4x+10=0 \Leftrightarrow x=\frac{10}{4} \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$ donc $S=\left\{\frac{5}{2}\right\}$

b.
$$\frac{1}{1-x} - \frac{2}{2-x} = 0 \iff \frac{2-x-2(1-x)}{(1-x)(2-x)} = 0 \iff \frac{x}{(1-x)(2-x)} = 0$$

Or
$$(1-x)(2-x) = 0 \Leftrightarrow 1-x = 0 \text{ ou } 2-x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 2$$

L'équation est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$ et $S=\{\mathbf{0}\}$

3)
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 5 - \frac{4}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{5(x+2)-4}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{5x+6}{x+2} = 0$$

Sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ on a $5x+6=0 \iff x=-\frac{6}{5}$ donc l'antécédent de 6 par la fonction f est $-\frac{6}{5}$