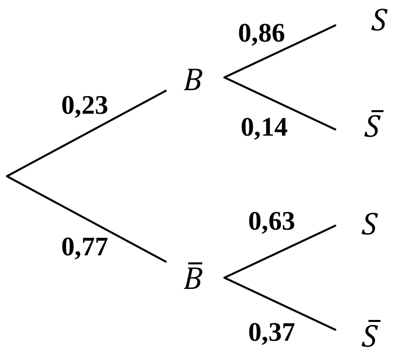
Corrections Sujets type bac

Corrigé Sujet 1

Partie A



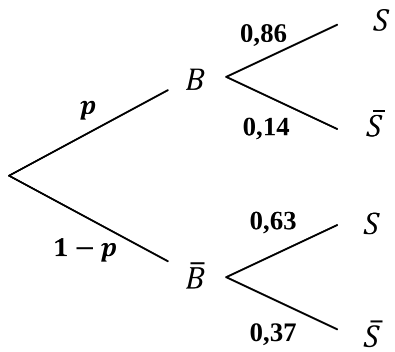
1. a. $\Rightarrow$

b. $p(S) = p(B \cap S) + p(\bar{B} \cap S) = 0{,}23 \times 0{,}86 + 0{,}77 \times 0{,}63 = 0{,}6829$

La probabilité qu'un client attende moins de 10 minutes est d'environ 68 %

c. $p_{\bar{S}}(B) = \frac{p(B \cap \bar{S})}{p(\bar{S})} = \frac{0{,}23 \times 0{,}14}{1-0{,}6829} = \frac{0{,}0322}{0{,}3171} \simeq 0{,}10$

La probabilité qu'il ait choisi les bornes automatiques est d'environ 10 %



2. Soit p la proportion de client choisissant une borne automatique.
On a alors : $p(S) = 0{,}86p + 0{,}63(1-p) = 0{,}23p + 0{,}63$
On veut que $p(S) \geq 0{,}75 \iff 0{,}23p + 0{,}63 \geq 0{,}75 \iff p \geq \frac{0{,}75-0{,}63}{0{,}23}$
$\Rightarrow p \geq 0{,}53$

Il faudrait que plus de 53 % des clients choisissent les bornes automatiques pour que cet objectif soit atteint.

Partie B

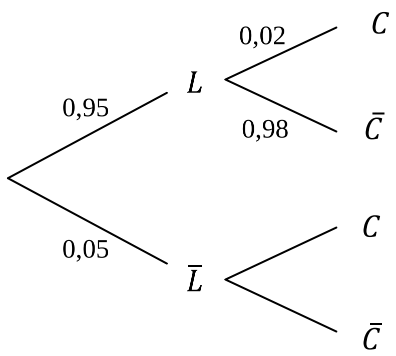
1. Le client obtient 15 cartes à gratter. Pour chaque carte, la probabilité qu'elle soit gagnante est de 0,012.
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de cartes gagnantes, elle suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0{,}012$
On a alors $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - 0{,}012)^{15} = 1 - 0{,}988^{15} \simeq 0{,}17$

Le client a environ 17 % de chance d'avoir au moins une carte gagnante

2. Soit Y la variable aléatoire qui compte le nombre de cartes gagnantes parmi n
On cherche n tel que $P(Y \geq 1) \geq 0{,}5$
À la calculatrice, on trouve pour $n = 57$, $P(Y \geq 1) \simeq 0{,}497$ et pour $n = 58$, $P(Y \geq 1) \simeq 0{,}504$

C'est donc à partir de 58 cartes, c'est-à-dire 580 € d'achats, que le client a plus d'une chance sur deux d'avoir au moins une carte gagnante.

Corrigé Sujet 2



1. a. La probabilité qu'une ampoule livrée ait une durée de vie courte est de 2 %
$P_L(C) = \frac{2}{100} = \mathbf{0{,}02}$.

b. $P(L \cap \bar{C}) = P(L) \times P_L(\bar{C}) = 0{,}95 \times 0{,}98 = \mathbf{0{,}931}$

La probabilité que la ampoule soit livrée et n'ait pas une durée de vie courte est de 93,1 %

c. $P(\bar{L} \cup C) = P(\bar{L}) + p(L \cap C) = 0{,}05 + 0{,}95 \times 0{,}02 = \mathbf{0{,}069}$

La probabilité que la ampoule soit éliminée ou ait une durée de vie courte est de 6,9 %

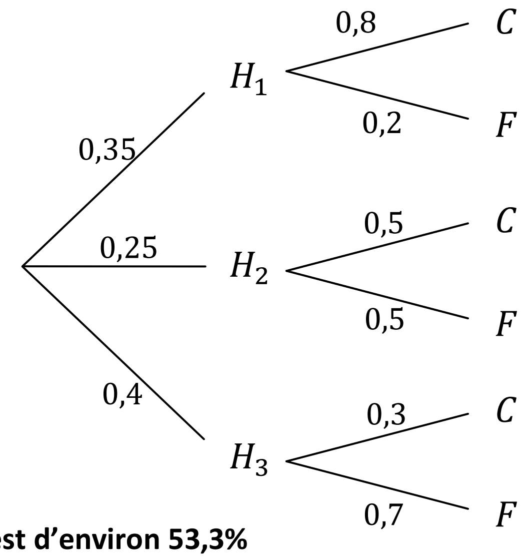
2. a. Il s'agit d'un tirage avec remise, c'est-à-dire à épreuves indépendantes, telles qu'on ait à chaque fois un schéma de Bernoulli où la probabilité de succès est de 0,003.
Y suit bien une loi binomiale de **paramètres $\boldsymbol{n = 15\,000}$ et $\boldsymbol{p = 0,003}$**

b. $E(Y) = np = 15\,000 \times 0{,}003 = 45$
En moyenne, on peut « espérer » avoir **45 ampoule à vie courte dans les 15 000 puces produites**.

c. $P(40 \leq Y \leq 50) = P(Y \leq 50) - P(Y \leq 39) \simeq 0{,}589$
La probabilité d'obtenir entre 40 et 50 ampoule à vie courte est d'environ 58,9 %

Corrigé Sujet 3

1. a.



b. $p(H_3 \cap C) = p(H_3) \times p_{H_3}(C) = 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}12$
La probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur $\mathbf{H_3}$ est de 12 %

c. $p(C) = p(H_1 \cap C) + p(H_2 \cap C) + p(H_3 \cap C)$
$= 0{,}35 \times 0{,}8 + 0{,}25 \times 0{,}5 + 0{,}12 = 0{,}525$
La probabilité que l'arbre soit un conifère est de 52,5 %

d. $p_C(H_1) = \frac{p(H_1 \cap C)}{p(C)} = \frac{0{,}28}{0{,}525} \simeq 0{,}533$
La probabilité que le conifère ait été acheté chez l'horticulteur $\mathbf{H_1}$ est d'environ 53,3%

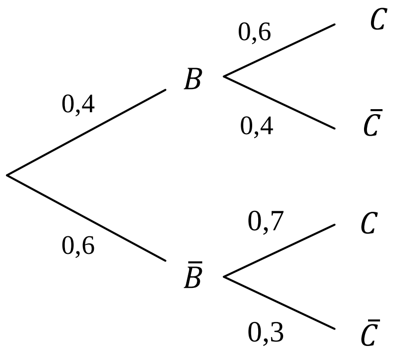
2. a. Chaque choix d'arbre correspond à un **schéma de Bernoulli**, où il n'y a que **deux issues possibles** : conifère (« succès » avec une probabilité de 52,5%) ou feuillu. Comme les tirages sont considérés comme **indépendants**, la variable X qui compte le nombre de succès suit une loi binomiale de **paramètres $\boldsymbol{n = 10}$ et $\boldsymbol{p = 0,525}$**

b. $p(X = 5) = \binom{10}{5} \times 0{,}525^5 \times (1 - 0{,}525)^5$ avec $\binom{10}{5} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$
$p(X = 5) = 252 \times 0{,}525^5 \times 0{,}475^5 \simeq \mathbf{0,243}$
La probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères est d'environ 24,3 %

c. La probabilité que l'échantillon comporte au moins 2 feuillus, c'est la probabilité qu'il comporte au plus 8 conifères : $p(X \leq 8) \simeq \mathbf{0,984}$
La probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus est d'environ 98,4%

Autre version possible : La variable aléatoire Y qui compte le nombre de feuillus suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 1 - 0{,}525 = 0{,}475$
On a alors $p(Y \geq 2) = 1 - p(Y \leq 1) \simeq 0{,}984$

Corrigé Sujet 4



Partie A

1. ⇒

2. $p(C) = p(B \cap C) + p(\bar{B} \cap C) = 0{,}4 \times 0{,}6 + 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}24 + 0{,}42 = 0{,}66$
La probabilité que l'invité prenne une bille fourrée au café vaut bien 0,66.

3. $p_C(B) = \frac{p(B \cap C)}{p(C)} = \frac{0{,}24}{0{,}66} \simeq 0{,}364$
La probabilité que l'invité ait pris une bille au chocolat blanc est d'environ 36,4 %

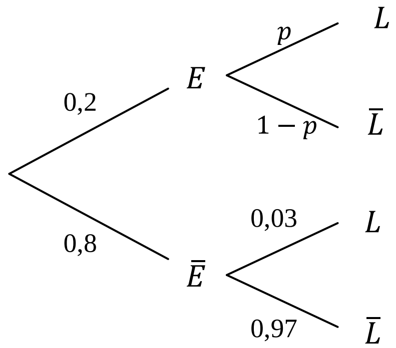
Partie B

1. Il s'agit d'une répétition de 16 épreuves de Bernoulli identiques avec une probabilité de succès de 0,66 : la variable N suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 16$ et $p = 0{,}66$

2. 1ère méthode : La probabilité qu'un seul invité ait tiré une bille au praliné est celle que les 15 autres personnes aient tiré une bille au café
$p(N = 15) = \binom{16}{15} \times 0{,}66^{15} \times 0{,}64 = 16 \times 0{,}66^{15} \times 0{,}64 \simeq 0{,}011$
Elle est d'environ 1,1 %

2ème méthode : Soit M la variable aléatoire qui compte le nombre d'invités ayant pris une bille au praliné : elle suit la loi $\mathcal{B}(16; 0.34)$
$p(M = 1) = \binom{16}{1} \times 0{,}64^{1} \times 0{,}66^{15} = 16 \times 0{,}64 \times 0{,}66^{15} \simeq 0{,}011$
Elle est d'environ 1,1 %

3. $P(3 \leq N \leq 12) = p(N \leq 12) - p(N \leq 2) \simeq 0{,}947$
Il y a environ 94,7 % de chances qu'il y ait entre 3 et 12 invités qui aient tiré une bille au café.



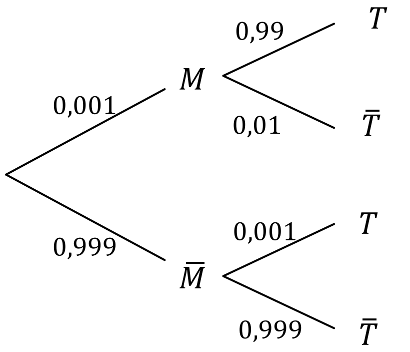
Partie C

1. $P(L) = 0{,}2p + 0{,}8 \times 0{,}03 = 0{,}2p + 0{,}024$

2. On a $P(L) = 0{,}07 \;\Rightarrow\; 0{,}2p + 0{,}024 = 0{,}07 \;\Rightarrow\; p = \frac{0{,}046}{0{,}2} = 0{,}23$
Il y a environ 23 % de chances qu'un chocolat « extra-fin » soit à la liqueur

Corrigé Sujet 5

Partie A

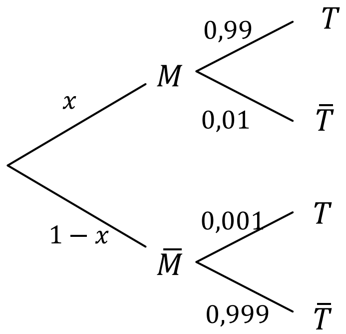


1. a. $\Rightarrow$

b. $p(T) = p(M \cap T) + p(\bar{M} \cap T) = p(M) \times p_M(T) + p(\bar{M}) \times p_{\bar{M}}(T)$
$= 0{,}001 \times 0{,}99 + 0{,}999 \times 0{,}001 = \mathbf{0{,}001989} = 1{,}989 \times 10^{-3}$
CQFD

La probabilité que le test soit positif est de 0,1989 %

c. L'affirmation est **vraie**. $p_T(M) = \frac{p(M\cap T)}{p(T)} = \frac{0{,}001\times 0{,}99}{0{,}001989} \simeq \mathbf{0{,}498}$
Sachant que le test est positif, **la probabilité que la personne soit malade est d'environ 49,8 %,** soit un peu moins qu'une chance sur deux



2. En reprenant les questions précédentes, on cherche $p_T(M) \geq 0{,}95$
Or, on a $p_T(M) = \frac{p(M\cap T)}{p(T)} = \frac{0{,}99x}{0{,}99x+0{,}001(1-x)} = \frac{0{,}99x}{0{,}989x+0{,}001}$
On cherche à résoudre $\frac{0{,}99x}{0{,}989x+0{,}001} \geq 0{,}95 \iff 0{,}99x \geq 0{,}95(0{,}989x + 0{,}001)$
$\iff 0{,}99x \geq 0{,}93955x + 0{,}00095$
$\iff 0{,}05045x \geq 0{,}00095$
$\iff x \geq \frac{0{,}00095}{0{,}05045}$
$\iff x > \mathbf{0{,}01883}$

Il faut que la proportion des personnes atteintes dépasse les 1,883 % pour commercialiser le test

Partie B

1. a. X suit une loi binomiale de paramètres $\boldsymbol{n = 100}$ **et** $\boldsymbol{p = 0{,}024}$

b. $E(X) = np = 100 \times 0{,}024 = \mathbf{2{,}4}$ **On peut espérer un nombre moyen de 2 à 3 malades**

c. $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) \simeq \mathbf{0{,}09342}$
La probabilité qu'il y ait plus de 5 malades est d'environ 9,342 %

2. On cherche $P(X \leq 4)$ pour une loi binomiale de paramètre n (inconnue) et $p = 0{,}024$.

À la calculatrice, on trouve $P(X \leq 4) \simeq 0{,}9502$ pour $n = 83$ et $P(X \leq 4) \simeq 0{,}9481$ pour $n = 84$

Donc il faut réunir au maximum 83 personnes pour que la probabilité d'avoir au plus 4 malades dans le groupe soit supérieure à 95 %.

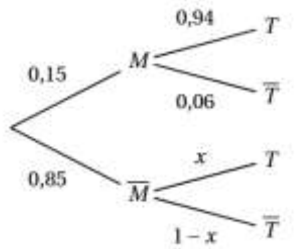
Corrections Vrai-faux & QCM

Corrigé QCM

Question 1 : Réponse C

Explications : $P(B) = 0{,}6 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times 0{,}3 = 0{,}24$

Question 2 : Réponse C



Soit les évènement M « l'individu est malade » et T « le tes est positif »
On a $p(M) = 0{,}15$; $p_M(T) = 0{,}94$ et $p(T) = 0{,}158$

et on cherche $p_T(M) = \frac{p(M\cap T)}{p(T)} = \frac{p(M)\times p_M(T)}{p(T)} = \frac{0{,}15\times 0{,}94}{0{,}158} \simeq 0{,}89$

Question 3

Partie A : Réponse A

Explications : X variable associée au nombre de bonbons déformés ⇒ suit une loi binomiale de paramètres $n = 50; p = 0{,}05$ *et on calcule* $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \simeq 0{,}72$

Partie B : Réponse C

Explications : A= produit par machine A ; B = produit par machine B et D= bonbon déformé.
L'énoncé donne $P(A) = \frac{1}{3} : P(B) = \frac{2}{3}; P_B(D) = 0{,}02$ *et de la question précédente :* $P_A(D) = 0{,}05$
Donc $P_D(B) = \frac{P(B\cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{2}{3}\times 0{,}02}{\frac{1}{3}\times 0{,}05+\frac{2}{3}\times 0{,}02} \simeq 0{,}44$

Corrigé Vrai-faux

1. Affirmation 1 : **Fausse**
On appelle D_1 l'évènement « prendre le dé truqué » et D_2 « prendre le dé non truqué »
On appelle S l'évènement « obtenir six » et $\bar{S}$ l'évènement contraire
On a $P(D_1) = P(D_2) = \frac{1}{2}$; $P_{D_1}(S) = \frac{1}{2}$ et $P_{D_2}(S) = \frac{1}{6}$
On a alors $P_S(D_1) = \frac{P(S\cap D_1)}{P(S)} = \frac{P(D_1)\times P_{D_1}(S)}{P(S\cap D_1)+P(S\cap D_2)} = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}} = \frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$
Donc la probabilité que le dé soit en fait le dé truqué est de $\frac{3}{4}$ et non $\frac{2}{3}$

2. Affirmation 2 : VRAIE
Il s'agit de la répétition de 200 expériences identiques et indépendantes : la variable aléatoire X qui compte le nombre de dépistages positifs suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 200\ et\ p = 0{,}031$
Donc $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 4) \simeq 0{,}59$