Corrections Savoir Pb.6

Corrigé Exercice 27

a. Il s'agit d'une répétition de 140 épreuves identiques et indépendantes, correspondant à une épreuve de Bernoulli où le succès a une probabilité de 0,65 : la variable aléatoire N suit donc **une loi binomiale de paramètres $\boldsymbol{n = 140}$ et $\boldsymbol{p = 0,65}$**

b. $E(N) = np = 140 \times 0,65 = \mathbf{91}$

Si on effectuait un grand nombre de sondages de 140 personnes, on pourrait espérer qu'en moyenne, il y en ait 91 sur 140 qui acceptent de répondre.

c. $P(N \geq 100) = 1 - P(N \leq 99) \simeq \mathbf{0,064}$

Il y a environ 6% de chances que plus de 100 personnes acceptent de répondre.

d. $P(80 \leq N \leq 120) = P(N \leq 120) - P(N \leq 79) \simeq \mathbf{0,987}$

Il y a 98,7 % de chances qu'on ait entre 80 et 120 personnes qui répondent.

e. $V(N) = np(1-p) = 140 \times 0,65 \times 0,35 = 31,85$ et $\sigma(N) = \sqrt{V(N)} \simeq 5,64$.

Corrigé Exercice 28

1) La loi binomiale suivie par X a pour paramètres n = 50 et p = 0,02

2) **a)** $p(X=0) = 0,98^{50} \simeq 0,36$

La probabilité qu'aucune des calculatrices reçues par le lycée soit défectueuse est d'environ 36 %

b) $p(X\geq 1) = 1 - p(X=0) \simeq 0,64$

La probabilité qu'au moins une calculatrice soit défectueuse est d'environ 64 %

c) On a $p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1) \simeq 0,27$

Donc la probabilité qu'au moins 2 calculatrices soient défectueuses est d'environ 27 %

3) On avait $p(X=0) = 0,98^{50} \simeq 0,36$

On a $p(X=1) = 50 \times 0,02 \times 0,98^{49} \simeq 0,37$; $p(X=2) = \binom{50}{2} \times 0,02^2 \times 0,98^{48} \simeq 0,19$ et $p(X=3) \simeq 6\%$.

C'est $p(X=1)$ qui est la plus grande probabilité : le plus probable est donc d'avoir une seule calculatrice défectueuse dans le lot.

4) $E(X) = 50 \times 0,02 = 1$ et $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{50 \times 0,98 \times 0,02} \simeq 1$.

En achetant un grand nombre de lots de 50 calculatrices, on aurait donc une seule calculatrice défectueuse par lot **en moyenne**.

5) On utilise $p(X = k) = \binom{500}{k} \times 0,02^k \times 0,98^{500-k}$

qui donne la probabilité d'obtenir k calculatrices défectueuses parmi les 500.

Avec la calculatrice (utiliser le tableur des fonctions pour afficher tous les termes), on détermine alors que c'est pour k = 10 que la probabilité est maximale :

Le plus probable sera donc d'avoir 10 calculatrices défectueuses.

On a $E(X) = 500 \times 0,02 = 10$ (ce qui est cohérent, l'espérance donne la valeur de k de probabilité maximale) et $\sigma(X) = \sqrt{500 \times 0,98 \times 0,02} \simeq 3$.

Il y a aura une forte probabilité d'avoir entre 7 et 13 calculatrices défectueuses

Corrigé Exercice 29

1. a. Chaque personne effectue $n = 5$ tirages, tous avec la même probabilité $p = 0{,}25$ de gagner.
Donc N suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}25$.

b. On a : $E(N) = 5 \times 0{,}25 = 1{,}25$ et $\sigma(N) = \sqrt{5 \times 0{,}25 \times 0{,}75} = \sqrt{0{,}9375} \simeq 0{,}968$.
On peut donc espérer que sur les 5 lancers, un peu plus d'un permette de gagner, et donc que sur les 1000 personnes (les 5000 dés lancés), il y ait environ 1250 faces « Gagné ! » obtenues.

2. a. A chaque tirage, chaque numéro a une probabilité de $\frac{1}{6}$ d'être tiré.
Un tirage de 5 dés consécutifs a donc 1 chance sur 6^5 d'être obtenu.
Parmi tous ces tirages, seulement six permettent d'obtenir un Yams (un Yams de 1, un Yams de 2, un Yams de 3, etc.… ou un Yams de 6).
La probabilité d'obtenir un Yams est donc : $p = \frac{6}{6^5} = \frac{1}{6^4} = \frac{1}{1296}$.

b. Le nombre Y de Yams obtenu suit une loi binomiale de paramètres $n = 13$ et $p = \frac{1}{6^4}$.
On a alors : $E(Y) = 13 \times \frac{1}{6^4} = \frac{13}{1296} \simeq 0{,}01$.
On ne peut donc pas espérer obtenir un Yams en 1 quand on jour à une seule partie de Yams !

c. Pour espérer obtenir un Yams en 1, il faudrait avoir $E(Y) \geq 1 \Leftrightarrow n \times \frac{1}{6^4} \geq 1 \Leftrightarrow n \geq 1296$.
Il faut donc lancer au moins 1296 fois les 5 dés pour espérer obtenir un Yams en 1.

Or il y a 13 lancers en un dans chaque partie de Yams et $1296 \div 13 \simeq 99{,}7$.
Il faut donc jouer à au moins 100 parties.