Produit scalaire dans un repère

Exemples :

1) Dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\0\\5\end{pmatrix}$

→ Calculer $\vec{u}.\vec{v}$

→ Calculer $||\vec{v}||$

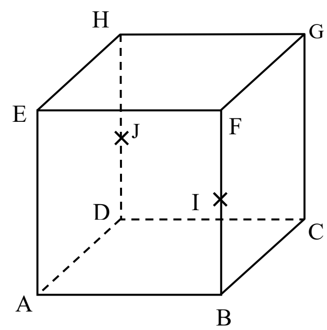
2) Dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne $P(3;\ -2;0), R(-4;\ -1;5)$ et $S(3,7,-1)$

→ Calculer $\overrightarrow{PR}.\overrightarrow{PS}$

→ Calculer $\overrightarrow{SR}^2$

3) Cube ABCDEFGH, de côté 1, avec I et J milieux de [BF] et [DH].

On se place dans le repère $(A;\ \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



→ Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$

→ Calculer $||\overrightarrow{AG}||$

Autres expressions du produit scalaire

● Avec le cosinus : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \boldsymbol{AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})}$

1) On <u>connait</u> l'angle

Dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne $DE = \sqrt{12}$; $DF = \sqrt{3}$ et on sait que $\widehat{EDF} = 45\ °$

→ Calculer $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{DF}$

2) On <u>cherche</u> l'angle

Dans un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ on donne $G(3;\ 2;-4), H(4;\ -1;-6)$ et $I(-3,0,-1)$.

On cherche à calculer $\widehat{GHI}$

→ 1er calcul avec les coordonnées :

→ 2ème calcul avec le cosinus :

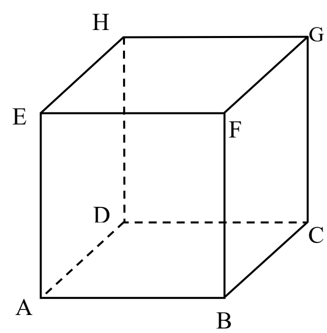
→ en déduire : $\cos(\widehat{GHI})$

→ en déduire : $\widehat{GHI}$

● Avec le projeté orthogonal : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC}$ avec H le projeté orthogonal de B sur (AC)

Exemples :

Soit un cube ABCDEFGH, de côté 1.



1) Calculer $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{GB}$

2) Déterminer le projeté orthogonal de H sur (AE).

Déterminer la valeur de $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BF}$

Savoir Vp.1

Orthogonalité

- ## Orthogonalité de vecteurs et de droites

1) Dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ on considère les vecteurs $\vec{u}(1; 2; -1)$ et $\vec{v}(-3; 5; 7)$
Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

2) Soit d et d' de représentations paramétriques : d : $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ $, t \in \mathbb{R}$ et d' : $\begin{cases} x = 2t' \\ y = 3 \\ z = -3 + 2t' \end{cases}$ $, t' \in \mathbb{R}$

→ Les droites d et d' sont-elles orthogonales ?

→ Les droites d et d' sont-elles perpendiculaires ?

3) On donne $K(2; -3; 1)$; $L(3; 1; 4)$ et $M(1; -2; 2)$. Le triangle KLM est-il rectangle en K ?