

IV. Dérivées et étude de fonctions

Savoir Ft.4

a) Dérivation

$(\cos x)' = -\sin x$	$(\sin x)' = \cos x$
$(\cos u)' = -u' \times \sin u$	$(\sin u)' = u' \cos u$

Exemples :

$$f(x) = x - 2 \cos x$$

$$f'(x) = 1 + 2 \sin x$$

$$g(x) = \sin x (2 - \cos x)$$

$$g'(x) = \cos x (2 - \cos x) + \sin x (\sin x)$$

$$h(x) = 3 \sin^2 x$$

$$h'(x) = 3 \times 2 \cos x \times \sin x$$

$$i(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$i'(x) = -3 \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$j(x) = \sin(x^2)$$

$$j'(x) = 2x \cos(x^2)$$

$$k(x) = 1 - 2 \sin(1 - x)$$

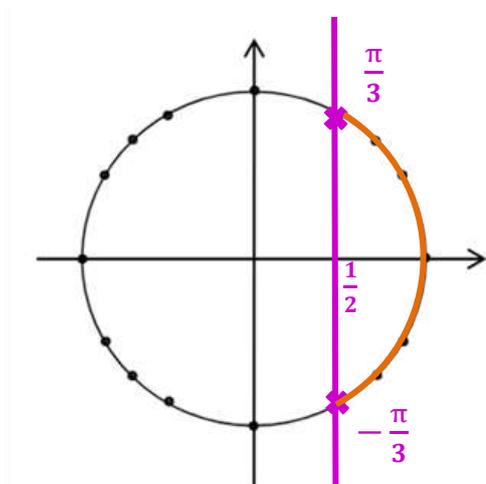
$$k'(x) = 2 \cos(1 - x)$$

b) Étude de fonction

Exemples : Sens de variation sur $[-\pi; \pi]$ de $f(x) = \sin x - \frac{x}{2}$

On dérive : $f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}$

On résout $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \cos x - \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$



x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	π
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$\frac{\pi}{2}$	\searrow $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}$	\nearrow $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$	\searrow $-\frac{\pi}{2}$

avec $f(-\pi) = \sin(-\pi) - \frac{(-\pi)}{2} = 0 + \frac{\pi}{2}$

et $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \frac{\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6} \dots$