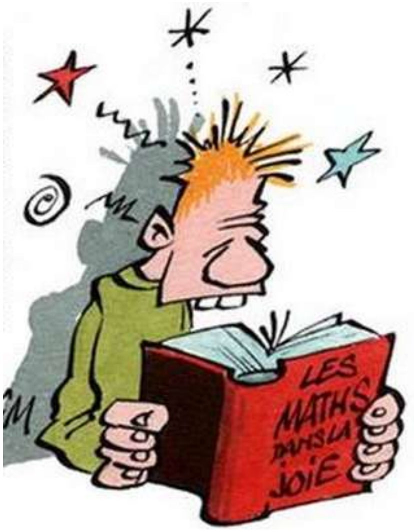
2nde



Entraînement à l'épreuve commune de mathématiques

Géométrie

Petit rappel sur les quadrilatères particuliers ?

Parallélogrammes

- Un parallélogramme a ses **diagonales qui se coupent en leur milieu**
- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme
- Un parallélogramme a ses **côtés opposés parallèles 2 à 2**
- Un parallélogramme a ses **côtés opposés de même longueur 2 à 2**

Rectangles

- Rectangle = parallélogramme + diagonales même longueur
- Rectangle = parallélogramme + côté à angle droit

Losanges

- Losange = parallélogramme + diagonales perpendiculaires
- Losange = parallélogramme + côtés consécutifs même longueur

Carrés

- Carré = rectangle + diagonales perpendiculaires
- Carré = rectangle + côtés consécutifs de la même longueur
- Carré = losange + diagonales même longueur
- Carré = losange + côtés à angle droit

Exercice 1: Quadrilatères

1) Dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm (ou 1 carreau), placer les points :

$$A\,(-5\,;\,3)\,;\ B\,(4\,;\,0)\,;\ C\,(2\,;\,-6)\,;\ D\,(-7\,;\,-3) \text{ et } E\,(-1\,;\,-5).$$

2) Soit M et P les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[BD]$.

a. Calculer les coordonnées de M et de P.

b. Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère $ABCD$?

3) a. Calculer les longueurs CA et BD.

b. Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère $ABCD$?

4) a. Construire sur la figure le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DA}$

b. Retrouver par le calcul les coordonnées du point F

Petit rappel sur les triangles et les droites particulières ?

Triangles & longueurs

- Un triangle **isocèle** a 2 côtés de la même longueur
- Un triangle **équilatéral** a 3 côtés de la même longueur
- Dans un triangle **rectangle**, on a $hypoténuse^2 = pticôté^2 + \ pticôté^2$

Triangles & angles

- Un triangle **isocèle** a 2 ses 2 angles à la base égaux
- Un triangle **équilatéral** a ses 3 angles à 60°
- Un triangle **rectangle** a un angle droit

Droites dans un triangle

- La **médiane** passe par un **sommet** et le **milieu** du côté opposé
- La **médiatrice** passe par le **milieu** d'un côté et lui est **perpendiculaire**
- La **hauteur** passe par un **sommet** et est **perpendiculaire** au côté opposé
- La **bissectrice** passe par un **sommet** et coupe son angle en **2 angles égaux**

Centres d'un triangle

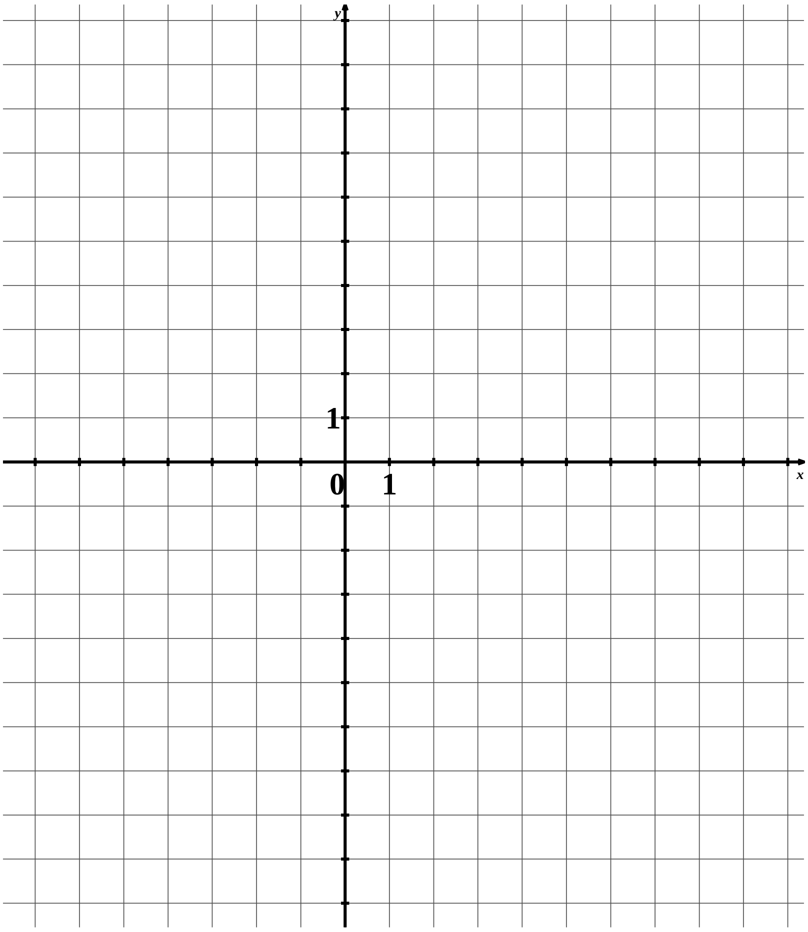
- Les 3 **médianes** se croisent au centre de gravité
- Les 3 **médiatrices** se croisent au centre du cercle circonscrit (passe par les 3 sommets)
- Les 3 **hauteurs** se croisent à l'orthocentre
- Les 3 **bissectrices** se croisent au centre du cercle inscrit

Exercice 2 : Triangles

Dans un repère (O, I, J), on donne les points :

$A\ (-7\ ;\ 1)$; $B\ (0\ ;\ -4)$; $C\ (2\ ;\ 7)$ et $D\ (8\ ;\ -2)$.

Ainsi que le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$



1) Placer les points dans le repère ci-contre. Vous construirez la figure dans ce repère au fur et à mesure des questions.

2) Le point E est le milieu du segment $[BD]$. Calculer les coordonnées du point E.

3) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AD}$

4) a. Construire dans le repère le point F tel que $\overrightarrow{FA} = \vec{u}$

b. Retrouver les coordonnées de F par le calcul.

5) a. Calculer la longueur DC

b. Montrer que le triangle ACD est isocèle en C.

Exercice 3 : Triangles (bis)

Dans un repère orthonormé du plan, on donne $A(2;3), B(-4;6), C(-7;0)\ et\ \ D(-6;7)$.

Justifier toutes les réponses.

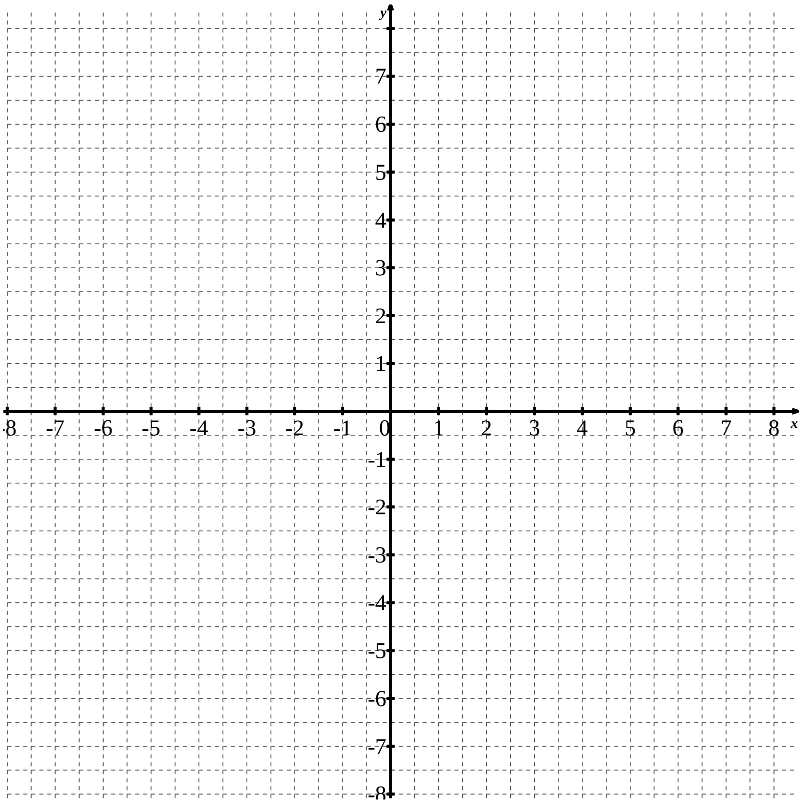
1. Placer les points dans le repère ci-contre. On complétera la figure au fur et à mesure des questions.

2. Calculer les coordonnées du point I milieu de $[BD]$.

3. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DA}$.

4. Calculer AB

5. On a $BC = \sqrt{45}$ et $AC = \sqrt{90}$.
Quelle est la nature du triangle ABC ?

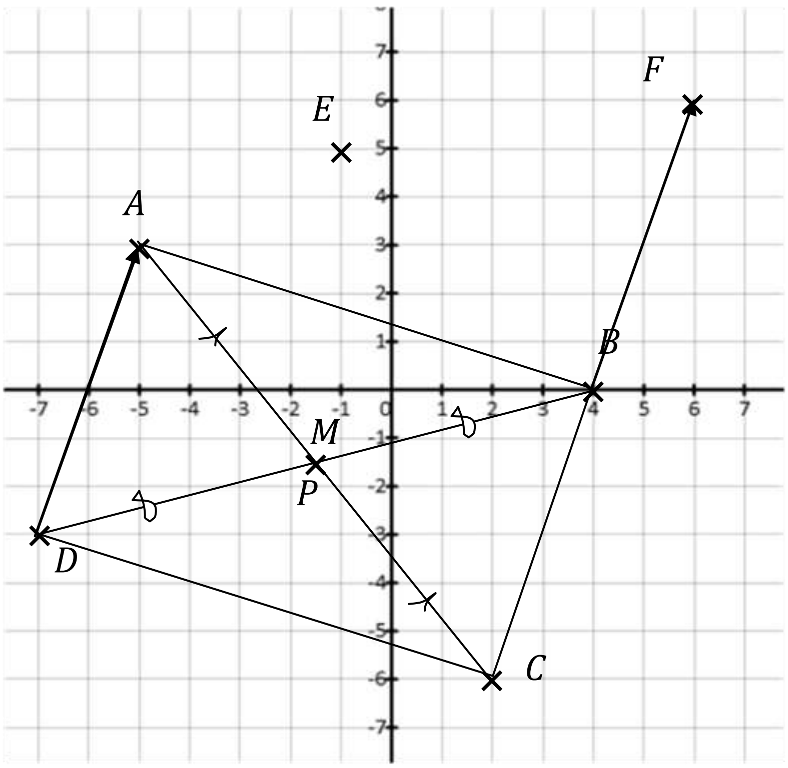


Exercice 4 : QCM de révision

	A	B	C
1. Si $A(-3;7)$ et $B(5;-2)$ alors	$\overrightarrow{AB}(8;-9)$	$\overrightarrow{AB}(-8;9)$	$\overrightarrow{AB}(-9;8)$
2. Dans un repère orthonormé (O,I,J) d'unité 1 cm, on a : B(2 ; –3) et C(5 ; –7) Combien vaut BC ?	BC = $\sqrt{7}$ cm	BC = $\sqrt{149}$ cm	BC = 5 cm
3. Dans un repère orthonormé (O,I,J) d'unité 1 cm, on a : D(2 ; –3). On sait que DE = 5 cm. Quelles peuvent être les coordonnées de E ?	E(7 ; –2)	E(5 ; 1)	E(–3 ; –4)
4. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on a : D(–8 ; 5) et F(1 ; –3) M est le milieu de [DF], on a :	M(–3,5 ; 1)	M(4,5 ; –4)	M(–4,5 ; 4)
5. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on a : A(–2 ; 1) et B(5 ; –1). On a alors :	$\overrightarrow{AB}$ (3 ; –2)	$\overrightarrow{BA}$ (–7 ; 2)	$\overrightarrow{AB}$ (7 ; 0)
6. On donne $A(0;5), B(-3;0), C(4;0)$. Les coordonnées du vecteur $-3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ sont	$(1;-10)$	$(-17;-5)$	$(17;5)$
7. Avec les mêmes points A, B, C qu'à la question 6, les coordonnées du point M vérifiant $\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{AB}$ sont	$(6;15)$	$(-6;-15)$	$(6;-15)$

Corrections

Corrigé Exercice 1



2) a. $M\left(\frac{x_A+x_C}{2} ; \frac{y_A+y_C}{2}\right)$ donc $\begin{cases} x_M = \frac{-5+2}{2} = -\frac{3}{2} \\ y_M = \frac{3-6}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$

On a $M(-1{,}5\ ;\ -1{,}5)$

et $\begin{cases} x_P = \frac{4-7}{2} = -\frac{3}{2} \\ y_P = \frac{0-3}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$ On a $P(-1{,}5\ ;\ -1{,}5)$

Les points M et P sont confondus

b. Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui ont le même milieu, c'est donc un **parallélogramme**

3) a. $CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$
$= \sqrt{(2-(-5))^2 + (-6-3)^2}$
$= \sqrt{7^2 + (-9)^2}$
$= \sqrt{49 + 81}$
$= \sqrt{\mathbf{130}}$

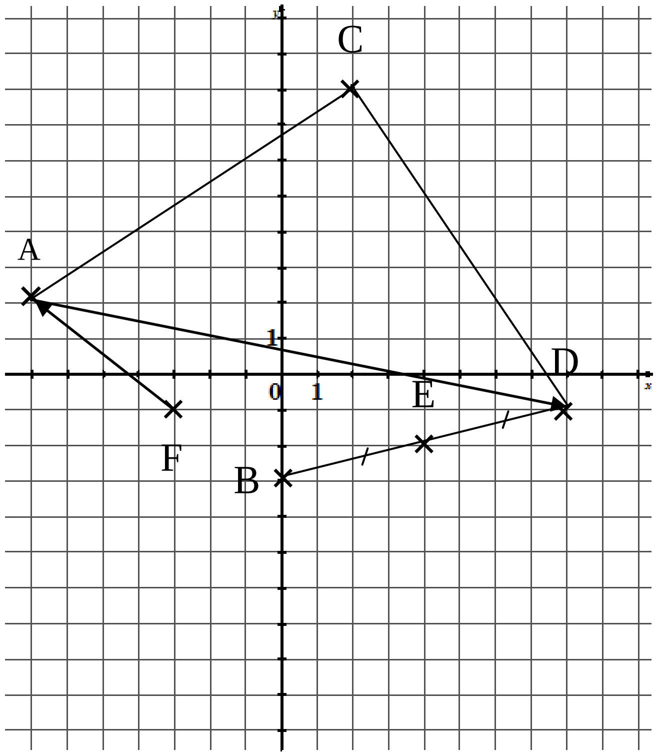
Et $BD = \sqrt{(-7-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{\mathbf{130}}$

b. Le parallélogramme $ABCD$ a ses diagonales de la même longueur : il s'agit d'un **rectangle**.

4) b. $\overrightarrow{DA}\begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix} x_F - 4 \\ y_F \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x_F - 4 = 2 \\ y_F = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 6 \\ y_F = 6 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{F\,(6\ ;\ 6)}$

Corrigé Exercice 2

1) *Cf* ci-contre



2) E milieu de [BD]

donc $\begin{cases} x_E = \dfrac{x_B + x_D}{2} \\ y_E = \dfrac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = \dfrac{0+8}{2} = 4 \\ y_E = \dfrac{-4-2}{2} = -3 \end{cases}$ On a **E (4 ; −3)**

3) $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-(-7) \\ -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{15} \\ \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

4) b) $\overrightarrow{FA} = \begin{pmatrix} -7-x \\ 1-y \end{pmatrix} = \overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ On a les équations $\begin{array}{c} -7-x=-4 \\ -x=-4+7=3 \\ x=-3 \end{array}$ et $\begin{array}{c} 1-y=3 \\ -y=3-1=2 \\ y=-2 \end{array}$

Donc les coordonnées de F sont **F (−3 ; −2)** comme sur le graphique.

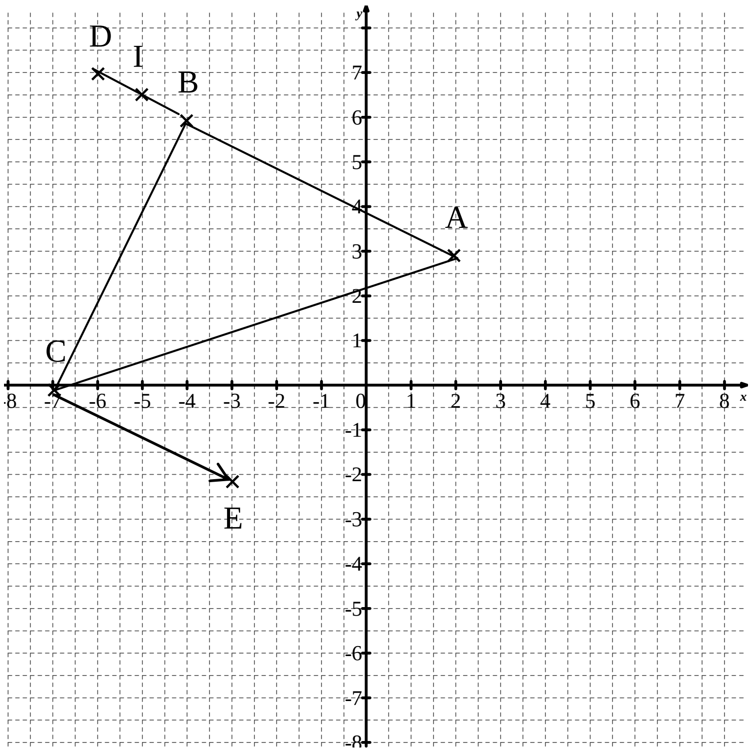
5) a) $DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(2-8)^2 + (7-(-2))^2} = \sqrt{(-6)^2 + 9^2} = \sqrt{36+81} = \sqrt{\mathbf{117}}$

b) $AC = \sqrt{(2-(-7))^2 + (7-1)^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{81+36} = \sqrt{\mathbf{117}}$

Comme **AC = CD,** le triangle ACD est **isocèle en C**

Corrigé Exercice 3

1.



2. I milieu de $[BD]$.

$x_I = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{-4-6}{2} = \dfrac{-10}{2} = -5$

Et $y_I = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{6+7}{2} = \dfrac{13}{2}$ $\Rightarrow$ **I(−5 ; $\mathbf{\frac{13}{2}}$)**

3. $\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_A - x_D \\ y_A - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-(-6) \\ 3-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{8} \\ \mathbf{-4} \end{pmatrix}$

4. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (6-3)^2}$
$= \sqrt{(-6)^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{\mathbf{45}}$

5. BC = AB, le triangle ABC est isocèle en B
Par ailleurs :
On a AC² = 90 et AB² + BC² = 45 + 45 = 90
Donc AC² = AB² + BC² D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B
$\Rightarrow$ **ABC est un triangle isocèle et rectangle en B**

Corrigé Exercice 4

1	$\overrightarrow{AB}$ *($x_B - x_A$; $y_B - y_A$) = (5 – (–3) ;–2 –7)*	**A**
2	BC = $\sqrt{(5-2)^2 + (-7+3)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ cm	**C**
3	Si on a E(7 ; –2), alors BE = $\sqrt{5^2 + 1^2} > 5$ - Si on a E(5 ; 1), alors BE = $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ Si on a E(–3 ; –4), alors BE = $\sqrt{5^2 + 1^2} > 5$	**B**
4	$x_M = \dfrac{-8+1}{2} = -3{,}5$: par élimination, ça ne peut être que la réponse A. *(on peut aussi calculer y_M…)*	**A**
5	$\overrightarrow{AB}$ = (5 – (–2) ; –1–1) = (7 ; –2) donc $\overrightarrow{BA}$ = (–7 ; 2) !	**B**
6	$-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ = –3(–3 ;–5) + 2(4 ; –5) = (9 ; 15) + (8 ; –10)	**C**
7	$\overrightarrow{MA} = (-x\ ;\ 5-y) = 2\overrightarrow{AB} = (-6\ ;\ -10) \Rightarrow$ On a $\begin{cases} -x = -6 \\ 5 - y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 15 \end{cases}$	**A**