

Savoirs Fc. 6 : Lien graphique f , f' et f''

Exercice 16 : à partir de la courbe de f

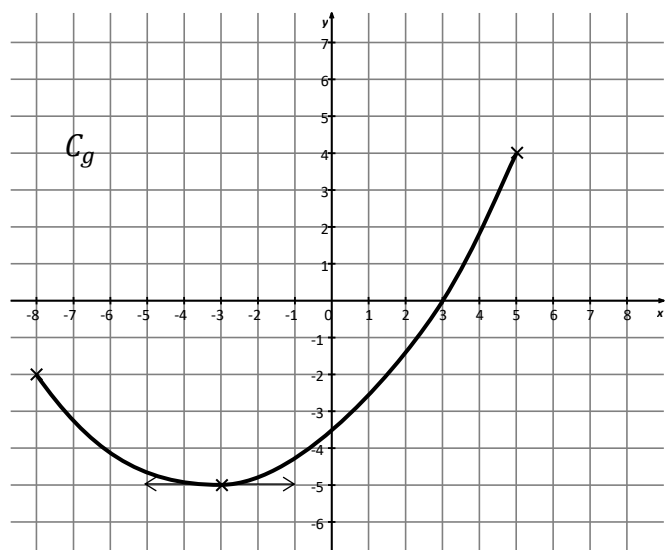
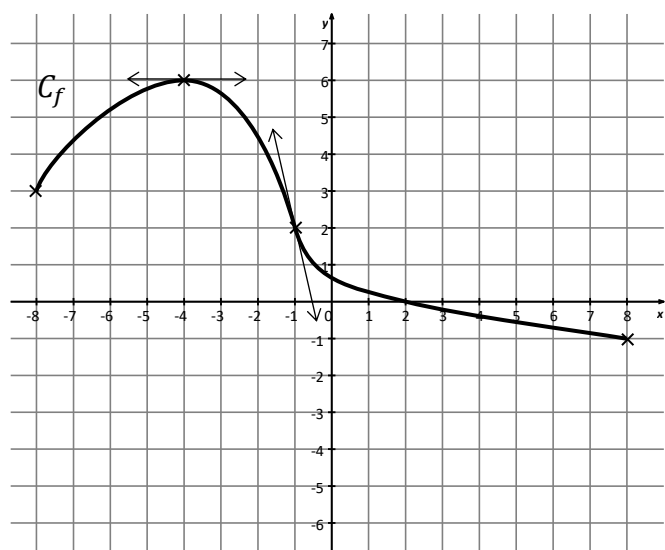
Voici les courbes représentatives de 3 fonctions f , g et h .

Les droites « fléchées » indiquées sont des tangentes à ces courbes.

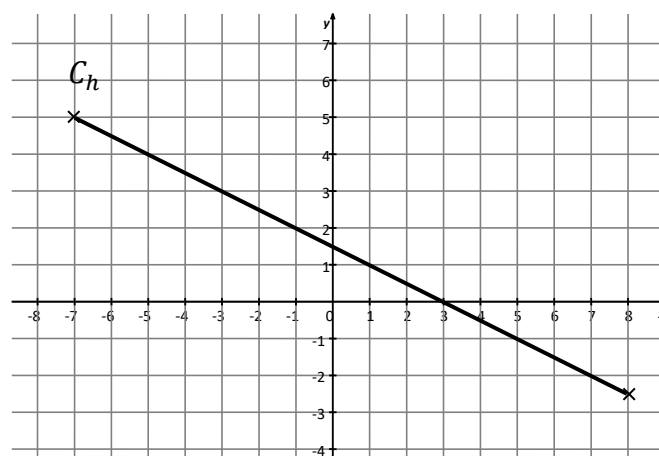
1) Fonction f

- Dresser le tableau de signe de f .
- Dresser le tableau de signe de la dérivée de f , qu'on notera f' .
- Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de f , qu'on notera f'' .
- Décrire la convexité de la fonction f .
- La courbe de f a-t-elle des points d'inflexion ? Si oui, donner leurs coordonnées.

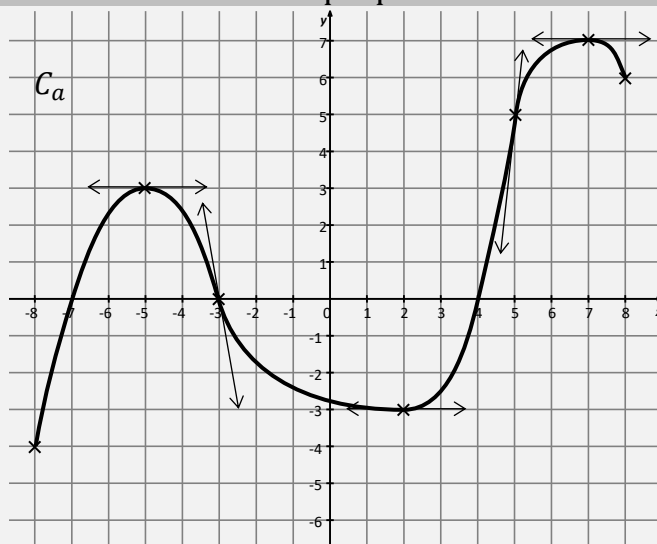
2) Fonction g : Mêmes questions.



3) Fonction h : Mêmes questions.



Un peu plus...

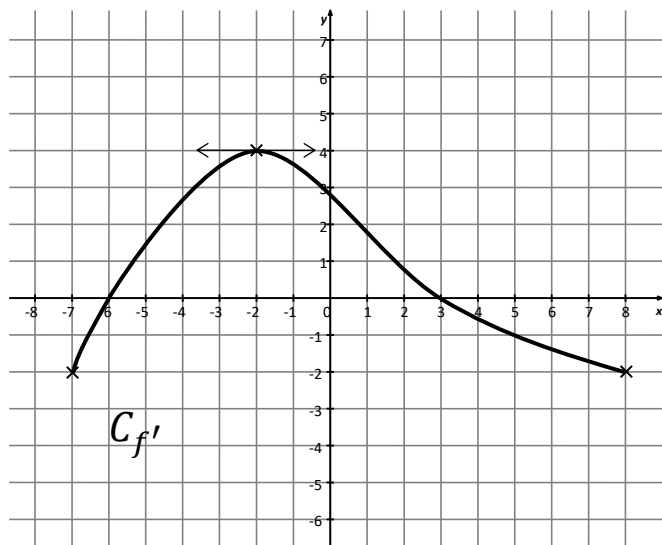


4) Fonction a : Déterminer :

- Le tableau de signe de a .
- Le tableau de signe de la dérivée a' .
- Le tableau de signe de la dérivée seconde a'' .
- La convexité de la fonction a .
- Les points d'inflexion (donner leurs coordonnées).

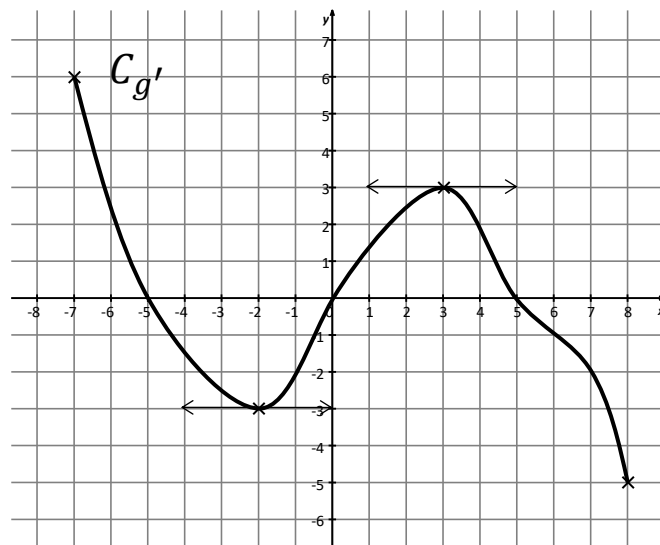
Exercice 17 : à partir de la courbe de f'

On considère une fonction f dont la **dérivée f'** est représentée dans le repère ci-dessous



- Dresser le tableau de signe de f' .
- Quel est le sens de variation de f ?
- Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de f , qu'on notera f'' .
- La courbe de f a-t-elle des points d'inflexion ?
Si oui, pour quelles valeurs de x ?

On considère une fonction g dont la **dérivée g'** est représentée dans le repère ci-dessous



- Dresser le tableau de signe de g' .
- Quel est le sens de variation de g ?
- Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de g , qu'on notera g'' .
- La courbe de g a-t-elle des points d'inflexion ?
Si oui, pour quelles valeurs de x ?

Exercice 18 : à partir du tableau de variation de f'

- On donne ci-dessous le tableau de variation de la dérivée f' d'une fonction f .

x	-2	1	3	10
$f'(x)$	-3	$\nearrow$	6	$\searrow$ 2

- Dresser le tableau de signe de f' .
- Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de f , notée f'' .
- Décrire le sens de variation de f .

Un peu plus...

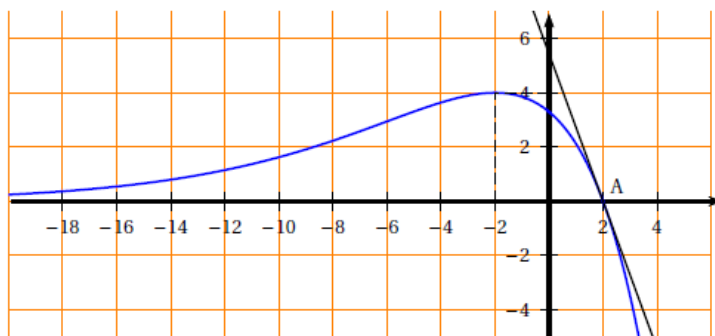
- On donne ci-contre le tableau de variation de la dérivée g' d'une fonction g .

x	0	2	3	6	11	15
$g'(x)$	-1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	7	$\searrow$ -1

- Dresser le tableau de signe de g' .
- Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de g , notée g'' .
- Décrire le sens de variation de g .

Exercice 19: QCM Type bac

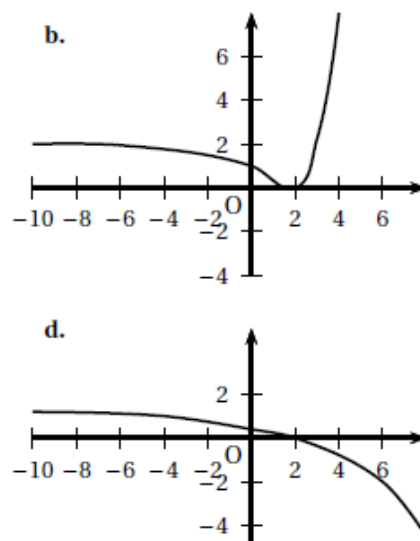
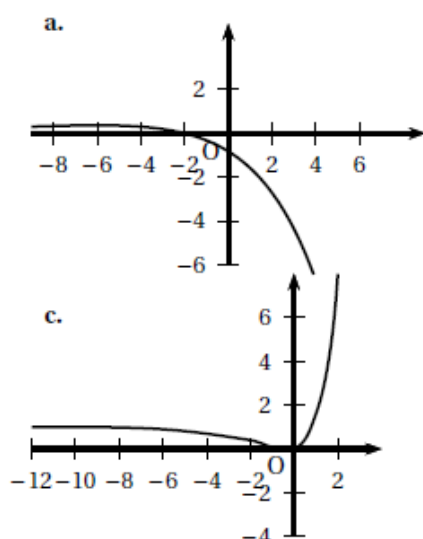
QCM 1 On a tracé ci-contre la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2.



1. La fonction f est :

- a. concave sur $]-\infty; 0]$ | b. convexe sur $]-\infty; 0]$ | c. concave sur $[0; 2]$ | d. convexe sur $[0; 2]$

2. Parmi les 4 courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction dérivée de la fonction f ?



QCM 2

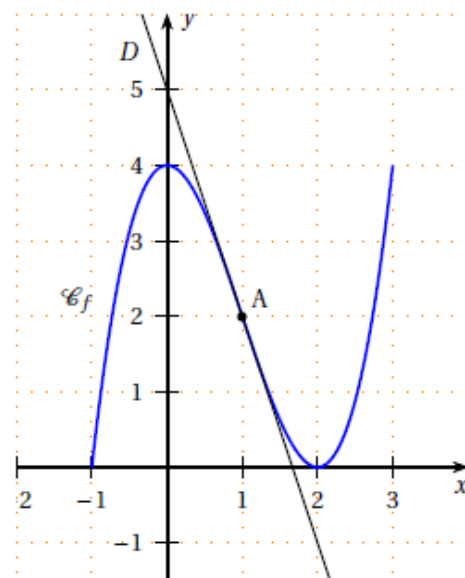
On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-1; 3]$, deux fois dérivable sur cet intervalle et dont la représentation C_f dans un repère orthonormé est proposée ci-contre.

On désigne par f' la fonction dérivée de f , par f'' la fonction dérivée seconde de f .

La droite D est tangente à C_f au point A d'abscisse 1, seul point en lequel la courbe traverse la tangente.

L'axe des abscisses est tangente à C_f au point d'abscisse 2.

La tangente à C_f au point d'abscisse 0 est la droite d'équation $y = 4$.



1. a. f est convexe sur l'intervalle $[-1; 0]$. | b. f est concave sur l'intervalle $]1; 2[$. | c. f est convexe sur l'intervalle $]1; 3[$. | d. C_f est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse -1.

2. a. $f(1) = 5$ | b. $f'(1) = 2$ | c. $f''(1) = -3$ | d. La tangente à C_f au point d'abscisse 1 a pour équation $y = -3x + 5$

3. a. $f'(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]-1; 2[$. | b. f' est croissante sur l'intervalle $]1; 3[$. | c. $f(x) = 0$ si et seulement si $x = 0$ ou $x = 2$ | d. $f'(x) \leq 0$ pour tout x de l'intervalle $]-1; 1[$.

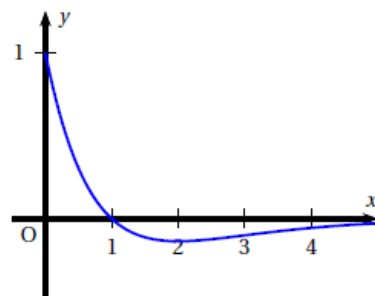
Exercice 20: Vrai/faux type bac

Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Vrai/faux 1 On désigne par f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0 ; +\infty[$.

La courbe représentative de la fonction f'' , dérivée seconde de la fonction f , est donnée ci-contre.

Le point de coordonnées $(1 ; 0)$ est le seul point d'intersection de cette courbe et de l'axe des abscisses.

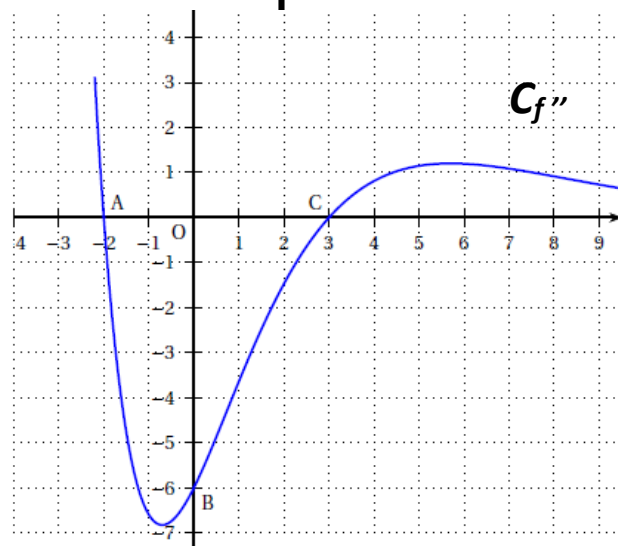


Proposition : la fonction f est convexe sur l'intervalle $[1 ; 4]$.

Vrai/faux 2 On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et deux fois dérivable. On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f'' , dérivée seconde de la fonction f , dans un repère orthonormé.

Les points suivants appartiennent à la courbe :

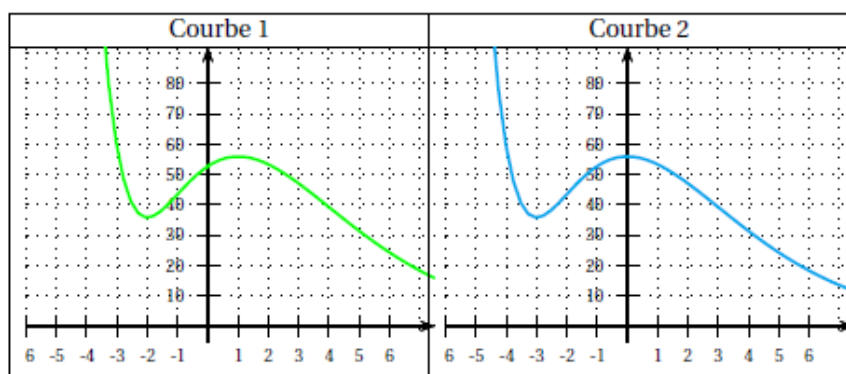
$A(-2 ; 0)$; $B(0 ; -6)$ et $C(3 ; 0)$.



Proposition a : la courbe représentative de f admet des points d'inflexion.

Proposition b : Sur $[-2 ; 3]$, la fonction f est convexe

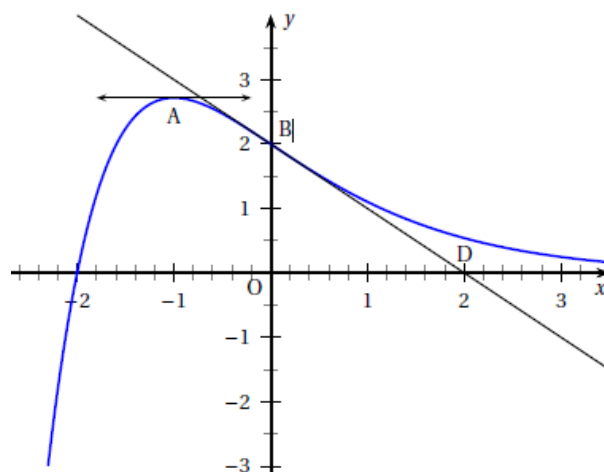
Proposition c : Parmi les deux courbes données ci-dessous, seule la courbe 1 peut-être la représentation graphique de la fonction f



Vrai/faux 3 La courbe C d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-contre.

La courbe C passe par les points $A(-1 ; e)$ et $B(0 ; 2)$ où $e = \exp(1)$.

La tangente à la courbe C au point A est horizontale et la tangente à la courbe C au point B est la droite (BD) , où D a pour coordonnées $(2 ; 0)$.



Proposition a . L'équation $f(x) = 1$ admet exactement trois solutions dans l'intervalle $[-2 ; 3]$.

Proposition b. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

Proposition c. $f'(-1) = 0$.

Proposition d. $f'(0) = -1$.

Proposition e. $f'(x) > 0$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$.

Exercice 21: Extrait bac

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A , D et E d'abscisses respectives $0 ; 6$ et 11 . On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

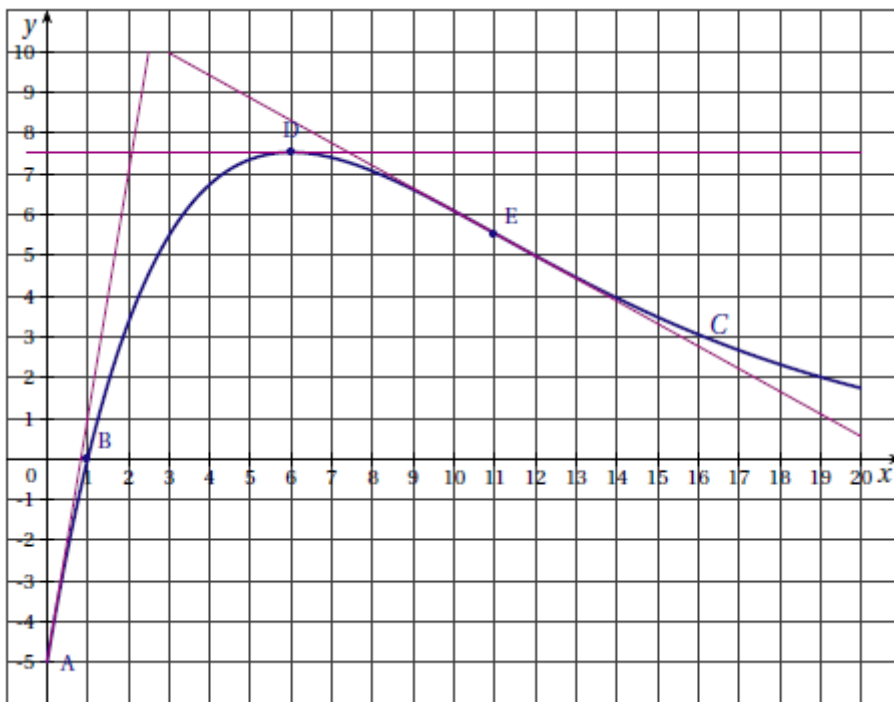
Par lecture graphique (aucune justification n'est demandée) :

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.

2. Indiquer si la courbe C admet un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.

(...)

4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$. Préciser un encadrement de la (ou des) solution(s) à l'unité.



Exercice 22: Extrait bac

On s'intéresse à la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2(x + 2)e^{-x}$

Partie A

1. Calculer $f(-1)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

2. Justifier que $f'(x) = 2(x + 1)e^{-x}$ où f' est la fonction dérivée de f .

3. En déduire les variations de la fonction f .

Partie B

Dans le repère orthogonal ci-contre trois courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ ont été représentées. L'une de ces courbes représente la fonction f , une autre représente sa dérivée et une troisième représente sa dérivée seconde.

Expliquer comment ces représentations graphiques permettent de déterminer la convexité de la fonction f .

Indiquer un intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

