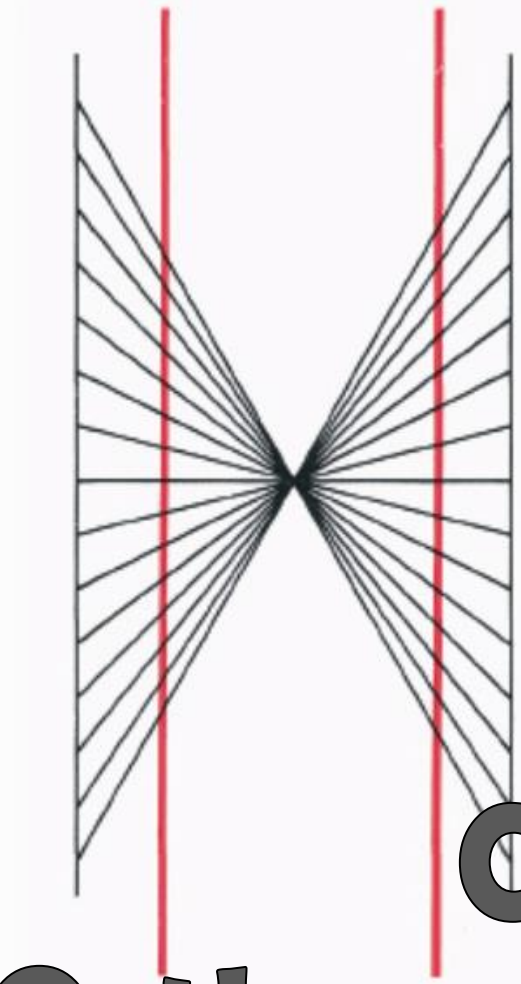
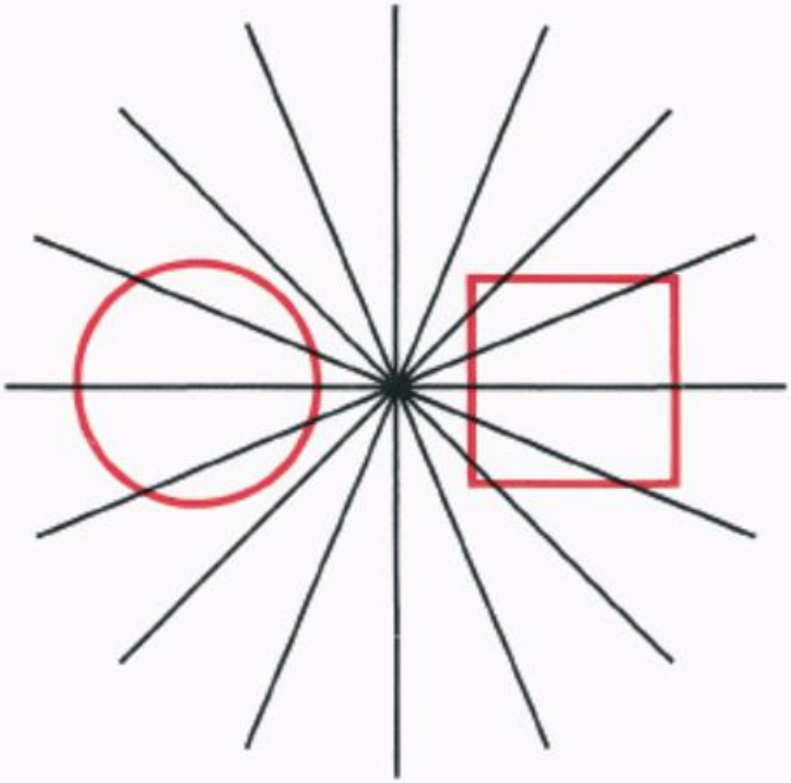
Savoirs Vps (2)

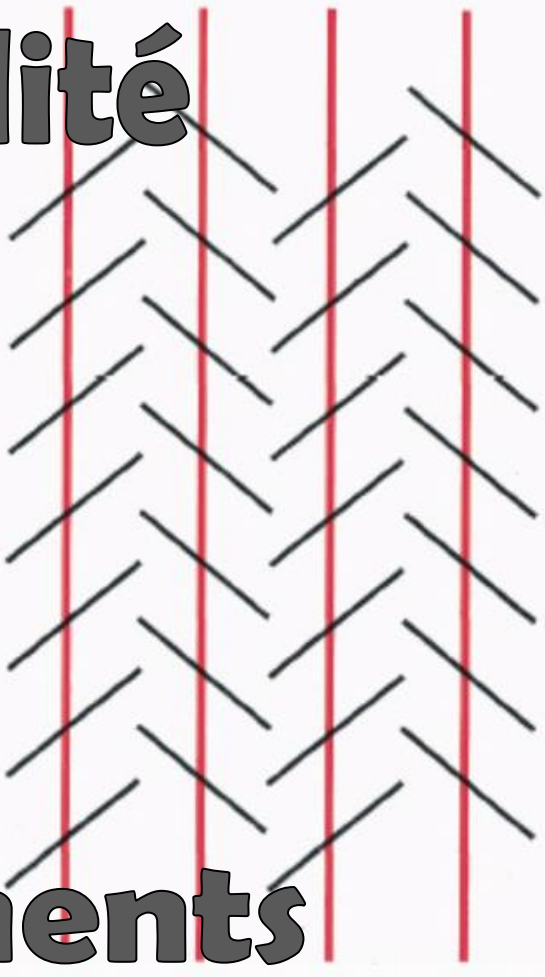
1ère Spé

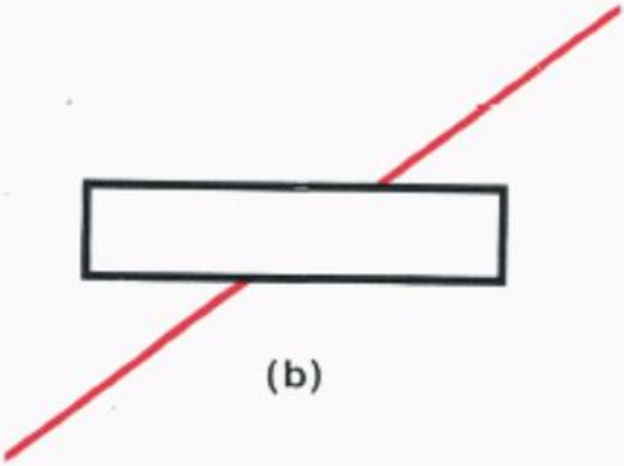




(c)

Colinéarité & Orthogonalité





(b)

Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Vps. 4

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{u}(-28\ ;\ 12)$, $\vec{v}(49\ ;\ -21)$ et $\vec{w}(-12\ ;\ 6)$

a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 1)

b. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 2, différente de celle de la question a).

2) On se place dans la base $\left(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AE} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BU} = -4\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BU}$ sont-ils colinéaires ? *(Détailler la démarche)*

3) Dans un repère (O,I,J) on donne les vecteurs : $\vec{a}\begin{pmatrix} m+2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} 1-m \\ 2 \end{pmatrix}$, où m est un nombre réel.

Déterminer pour quelle valeur de m les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ seraient colinéaires.

Savoir Vps. 5

1) On donne les points $A\ (-5\ ;\ 7)\ ;\ B\ (2\ ;\ 0)\ ;\ C\ (-2\ ;\ 12)\ ;\ D\ (-2\ ;\ -2)$ et $E\ (4\ ;\ 3)$

a. Les droites (AD) et (CB) sont-elles parallèles ? Justifier.

b. Les points D, B et E sont-ils alignés ? Justifier.

2) Le triangle BEC est un triangle non aplati. On définit les points A et U par les égalités vectorielles : $\overrightarrow{BA} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EU} = 6\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC}$. On pourra se placer dans la base $\left(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EC}\right)$

Le point A appartient-il à la droite (EU) ?

Savoir Vps. 6

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{u}(-1;5)$, $\vec{v}(2;\ -7)$ et $\vec{w}\left(-\frac{1}{2};\ -\frac{3}{2}\right)$. Calculer :

a. $\vec{u}.\vec{v}$ **b.** $\|\vec{v}\|$ **c.** $\vec{w}^2$

2) On se place dans une base $\left(\overrightarrow{ST};\overrightarrow{SU}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{SA} = 2\overrightarrow{SU} + 3\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{TB} = 2\overrightarrow{ST} - 6\overrightarrow{UT}$

Les vecteurs $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{TB}$ sont-ils orthogonaux ? *(Détailler la démarche)*

3) Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 5$ et $BC = 4$.

Les points M et N sont les milieux respectifs de $[AB]$ et de $[AC]$.

a. Quel est le projeté orthogonal de N sur (AB) ?

b. Calculer $\overrightarrow{NA}.\overrightarrow{AB}$ **c.** Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

Savoir Vps. 7

1) Dans un repère (O, I, J) on a les points $A(-2; 6); B(1; 7); C(4; -2); D(7; 2); E(-10; 2)$ et $F(-3; -4)$

a. Le triangle ABC est-il rectangle en B ? Justifier.

b. Les droites (CD) et (EF) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.

2) GHI est un triangle isocèle et rectangle en G. On se place dans le repère $\left(G, \overrightarrow{GH}; \overrightarrow{GI}\right)$

On a les points K et L définis par : $\overrightarrow{GK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{GH} + 2\overrightarrow{GI}$ et $\overrightarrow{HL} = \overrightarrow{GH} - 2\overrightarrow{HI}$

Montrer que les droites (GK) et (HL) sont perpendiculaires

3) Dans un repère (O, I, J), on donne le point $P(3; 4)$ et un point mobile $M(t; 1 - t)$ qui varie selon le paramètre $t \in \mathbb{R}$.

Pour quelle(s) valeur(s) de t le triangle OMP est-il rectangle en O ?

Entraînements par savoir

Savoir Vps. 4 : Vecteurs colinéaires

Entraînement n°1

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{u}\left(\frac{4}{3}\ ;\ -3\right)$, $\vec{v}\left(\frac{3}{2};\ -\frac{2}{3}\right)$ et $\vec{w}\left(-2\ ;\ \frac{9}{2}\right)$

a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 1)

b. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 2, différente de celle de la question a).

2) On se place dans la base $\left(\overrightarrow{MO};\overrightarrow{MP}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{MO}-2\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MO}+4\overrightarrow{PO}$
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont-ils colinéaires ? *(Détailler la démarche)*

3) Dans un repère (O,I,J) on donne les vecteurs : $\vec{a}\begin{pmatrix}m\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix}-8\\-m\end{pmatrix}$ où m est un nombre réel.

Déterminer pour quelle valeur de m les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ seraient colinéaires.

Entraînement n°2

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{a}(-10;25)$, $\vec{b}(8;\ -20)$ et $\vec{c}(6;\ -16)$

a. Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 1)

b. Les vecteurs $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 2, différente de celle de la question a).

2) On se place dans la base $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{RS}=-4\overrightarrow{AB}+6\overrightarrow{AC}$
Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{RS}$ sont-ils colinéaires ? *(Détailler la démarche)*

3) Dans un repère (O,I,J) on donne les vecteurs : $\vec{u}(2;\ -12)$ et $\vec{w}(t;4)$, où t est un nombre réel.
Déterminer pour quelle valeur de t les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

Entraînement n°3

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{u}\left(-1\,;\frac{9}{5}\right)$, $\vec{v}(6\,;\,-15)$ et $\vec{w}\left(-\frac{4}{5},2\right)$

a. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 1)

b. Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ? Si oui, écrire leur relation de colinéarité (méthode 2, différente de celle de la question a).

2) On se place dans la base $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{CB}+5\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CN}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{CN}$ sont-ils colinéaires ? *(Détailler la démarche)*

3) Dans un repère (O,I,J) on donne les vecteurs : $\vec{a}(m-4\,;\,-2)$ et $\vec{b}(9\,;\,3)$, où *m* est un nombre réel.

Déterminer m pour que les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ soient colinéaires.

Savoir Vps. 5 : Colinéarité & géométrie

Entraînement n°1

1) On donne les points $F\,(-4\,;\,10)$; $G\,(0\,;\,-5)$; $H\,(-2\,;\,4)$; $K\,(-6\,;\,14)$ et $L\,(-3\,;\,8)$

a. Les droites (FH) et (GK) sont-elles sécantes ? Justifier.

b. Le point F appartient-il à la droite (KL)? Justifier.

2) $ABCD$ est un parallélogramme. On définit les points I et J par : $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DA}$

Montrer que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles. On pourra se placer dans la base $(\overrightarrow{AB};\,\overrightarrow{AC})$ par exemple.

Entraînement n°2

1) On donne les points $R\,(3\,;\,7)$; $E\,(-4\,;\,8)$; $P\,(0\,;\,2)$; $U\,(6\,;\,-7)$ et $S\,(-2\,;\,-5)$

a. Les droites (RE) et (US) sont-elles parallèles ?

b. Les points E, P et U sont-ils alignés ?

2) $RSTU$ est un parallélogramme. On définit les points A et B par : $\overrightarrow{RA}=2\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{RU}$ et $\overrightarrow{UB}=\overrightarrow{RU}+3\overrightarrow{UT}$.

On se place dans la base $(\overrightarrow{RS};\overrightarrow{RU})$

Montrer que les points S, A et B sont alignés et que A est le milieu de $[SB]$

Entraînement n°3

1) On donne les points $M\ (-3\ ;\ 2)\ ;\ A\ (3\ ;\ 6)\ ;\ T\ (5\ ;\ 2)\ ;\ H\ (-4\ ;\ -4)$ et $S\ (2\ ;\ 0)$

a. Les droites (MA) et (TH) sont-elles sécantes ?

b. Les points A, H et S sont-ils alignés ?

2) RST est un triangle non aplati. On choisit la base $\left(\overrightarrow{TS};\overrightarrow{RS}\right)$

On définit les points V, Z et U par les égalités vectorielles : $\overrightarrow{SU} = 2\overrightarrow{RT} - 4\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{VZ} = \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{RS}$

Le quadrilatère $VZRU$ est-il un trapèze de bases (VZ) et (RU) ?

Savoir Vps. 6 : Produit scalaire

Entraînement n°1

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{a}\left(\frac{5}{2};-2\right)$, $\vec{b}(4;\ 5)$ et $\vec{c}(-3;\ 8)$. Calculer :

a. $\vec{a}.\vec{b}$ **b.** $\vec{c}^2$ **c.** $\|\vec{a}\|$ **d.** $\vec{c}.\vec{b}$

2) On se place dans une base $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BP} = 3\overrightarrow{AC} - 5\overrightarrow{BC}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BP}$ sont-ils orthogonaux ? *(Détailler la démarche)*

3) Le triangle TRI est isocèle en T. On appelle A le pied de la hauteur* issue de T.

Le point N est tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{IR}$. On donne $TI = 13$; $IR = 10$ et $TA = 12$.

a. Quel est le projeté orthogonal de N sur (TA) ?

b. Calculer $\overrightarrow{TN}.\overrightarrow{TA}$ **c.** Calculer $\overrightarrow{IT}.\overrightarrow{NR}$

*On rappelle que dans un triangle isocèle, le pied de la hauteur issue du sommet principal est aussi le milieu du côté opposé, puisque médiane, médiatrice et hauteur sont confondues.

Entraînement n°2

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{u}(2;\ -3)$, $\vec{v}(-7;-5)$ et $\vec{w}(0;6)$. Calculer :

a. $\vec{u}.\vec{w}$ **b.** $\|\vec{v}\|$ **c.** $\vec{v}.\vec{u}$ **d.** $\vec{u}^2$

2) On se place dans une base $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)$. On donne les vecteurs : $\vec{a} = \overrightarrow{AO} + 3\overrightarrow{OC}$ et $\vec{b} = 2\overrightarrow{OC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$

Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-ils orthogonaux ? *(Détailler la démarche)*

3) Soit un losange $LOSA$ de centre N et tel que $LO = 5, LS = 8$ et $AO = 6$.

a. Quel est le projeté orthogonal de O sur (LS) ?

b. Calculer $\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{LS}$ **c.** Calculer $\overrightarrow{AL}.\overrightarrow{AN}$

Entraînement n°3

1) Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les vecteurs : $\vec{a}(-2;1)$, $\vec{h}\left(3;\ -\frac{1}{2}\right)$ et $\vec{v}(-2;\ -3)$. Calculer :

a. $\vec{a}^2$ **b.** $\vec{a}.\vec{h}$ **c.** $\|\vec{v}\|$ **d.** $\vec{h}.\vec{v}$

2) On se place dans une base $\left(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{FG}\right)$. On donne les vecteurs : $\overrightarrow{EA}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}+3\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{FB}=2\overrightarrow{GF}+\frac{3}{2}\overrightarrow{EF}$

Les vecteurs $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{FB}$ sont-ils orthogonaux ? *(Détailler la démarche)*

3) Dans le triangle ABC, le point H est le pied de la hauteur issue de B. Dans le triangle AHB, le point K est le pied de la hauteur issue de H. On donne : $AK=4; KB=5; AH=6$ et $HC=3$

a. Quel est le projeté orthogonal de B sur (AC) ?

b. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ **c.** Calculer $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{KB}$

Savoir Vps. 7 : Orthogonalité & géométrie

Entraînement n°1

1) Dans un repère (O,I,J) on a $M(-2;2); N(1;7); P(-3;4); R\left(-\frac{11}{2};\ -\frac{1}{2}\right);\ S(-1;-5);\ T(7;2)$ et $U(0\ ;10)$

a. Les droites (TU) et (NP) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.

b. Dans le triangle RST, la droite (MS) est-elle la hauteur issue de S? Justifier.

2) $ABCD$ est un carré de centre O. On se place dans le repère $\left(O,\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$

On a les points M et P définis par : $\overrightarrow{OM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OP}=5\overrightarrow{OC}+3\overrightarrow{AB}$

Montrer que le triangle OMP est rectangle en O

3) Dans un repère (O,I,J), on donne les points $S(3;-3); T(-3;1)$ et un point mobile $M(-2\ ;t)$ qui varie selon le paramètre $t\in\mathbb{R}$.

Pour quelle(s) valeur(s) de t les droites (SM) et (TM) sont-elles perpendiculaires ?

Entraînement n°2

1) Dans un repère (O,I,J) on a $A(-9;\ -3); B(6;7); C(1;\ -17); D(3;\ -11);\ E(9;\ -6)$ et $F(-3;\ -4)$

a. Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier.

b. Le quadrilatère $BEDF$ a-t-il ses diagonales perpendiculaires ? Justifier.

2) TRI est un triangle isocèle et rectangle en T. On se place dans le repère $\left(T,\overrightarrow{TR};\overrightarrow{TI}\right)$

On a les points E et F définis par : $\overrightarrow{RE} = 5\overrightarrow{TR} + 2\overrightarrow{TI}$ et $\overrightarrow{RF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{TI}$

Montrer que les droites (RE) et (IF) sont perpendiculaires

3) Dans un repère (O, I, J), on donne les points $A(4;\ -3); B(-2; 0)$ et un point mobile $M(t; 2t)$ qui varie selon le paramètre $t \in \mathbb{R}$.
Pour quelle(s) valeur(s) de t le triangle ABP est-il rectangle en A ?

Entraînement n°3

1) Dans un repère (O, I, J) on a les points $D(0; 4); E(6;\ -4); F(2;\ -7); G(-4; 1);\ H(-1;\ -3)$ et $K(5; 9)$

a. Les droites (GE) et (HK) sont-elles perpendiculaires ? Justifier.

b. Montrer que le quadrilatère $DEFG$ est un parallélogramme. Puis montrer qu'il s'agit d'un rectangle.

2) Soit $CART$ un carré. On a les points B et W définis par : $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{RW} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AR}$

Montrer que les droites (BW) et (CR) sont perpendiculaires

3) Dans un repère (O, I, J), on donne les points $A(-1; 3); B(1;\ -1)$ et un point mobile $M(2t; 1 + t)$ qui varie selon le paramètre $t \in \mathbb{R}$.
Montrer que les droites (JM) et (AB) sont perpendiculaires, quelle que soit la valeur de t.

Corrigé Sujet de préparation

Corrigé Savoir Vps. 4

1) a. $\frac{x_{\vec{v}}}{x_{\vec{u}}} = \frac{49}{-28} = -\frac{7}{4}$ et $\frac{y_{\vec{v}}}{y_{\vec{u}}} = \frac{-21}{12} = -\frac{7}{4}$ donc $\frac{x_{\vec{v}}}{x_{\vec{u}}} = \frac{y_{\vec{v}}}{y_{\vec{u}}}$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires et** $\vec{v} = -\frac{7}{4}\vec{u}$

(ou $\vec{u} = -\frac{4}{7}\vec{v}$)

b. $Det\,(\vec{v};\vec{w}) = 49 \times 6 - (-21) \times (-12) = 294 - 252 = 42 \neq 0$ ⇒ **$\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires .**

2) On a $\overrightarrow{AM}\left(3\,;\,-\frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{BU} = -4\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = -4\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = -5\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$ donc $\overrightarrow{BU}(-5;1)$

$Det\left(\overrightarrow{AM}\,;\overrightarrow{BU}\right) = 3 \times 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-5) = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow$ Les vecteurs **$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BU}$ ne sont pas colinéaires**

3) $Det\left(\vec{a}\,;\vec{b}\,\right) = (m+2) \times 2 - 3 \times (1-\,m) = \,5m + 1$

Or $\vec{a}$ et $\vec{b}$ colinéaires ⇔ $Det\left(\vec{a};\,\vec{b}\right) = 0 \;\Leftrightarrow\; 5m + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; m = -\frac{1}{5}$

Les vecteurs $\vec{a}$ *et* $\vec{b}$ sont colinéaires si et seulement si $\boldsymbol{m = -\frac{1}{5}}$

Corrigé Savoir Vps. 5

1) a. On a $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2+5\\-2-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-4\\12\end{pmatrix}$ Alors $Det\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{CB}\right) = 3 \times 12 - (-9) \times (-4) = 36 - 36 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires, donc **les droites $(\boldsymbol{AD})$ et $(\boldsymbol{CB})$ sont parallèles.**

b. On a $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$ Donc $Det\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DE}\right) = 20 - 12 = 8 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DE}$ ne sont pas colinéaires, donc **les points $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{E}$ ne sont pas alignés.**

2) On a $\overrightarrow{EU}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BE} + \frac{1}{4}\overrightarrow{EC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{EB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{EC}$ donc on a $\overrightarrow{EA}\left(\frac{3}{4};\frac{1}{4}\right)$

$Det\left(\overrightarrow{EU}\,;\,\overrightarrow{EA}\right) = 6 \times \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{4} - \frac{6}{4} = \,0$

⇒ Les vecteurs $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{EU}$ sont colinéaires, donc les points E, A et U sont alignés et $\boldsymbol{A} \in (\boldsymbol{EU})$

Corrigé Savoir Vps. 6

1) **a.** $\vec{u}.\vec{v} = -1 \times 2 + 5 \times (-7) = -2 - 35 = \mathbf{-37}$ **b.** $\|\vec{v}\| = \sqrt{2^2 + (-7)^2} = \sqrt{4 + 49} = \mathbf{\sqrt{53}}$

c. $\vec{w}^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = \frac{10}{4} = \mathbf{\frac{5}{2}}$

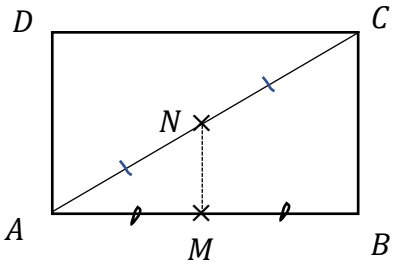
2) $\overrightarrow{SA} = 3\overrightarrow{ST} + 2\overrightarrow{SU} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TB} = 2\overrightarrow{ST} - 6\overrightarrow{UT} = 2\overrightarrow{ST} - 6\overrightarrow{US} - 6\overrightarrow{ST} = -4\overrightarrow{ST} + 6\overrightarrow{SU} = \begin{pmatrix}-4\\6\end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{TB} = 3 \times (-4) + 2 \times 6 = -12 + 12 = 0$ **Les vecteurs $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{TB}$ sont orthogonaux**

3) a. Le projeté orthogonal de N sur (AB) est le **point M**

b. $\overrightarrow{NA}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = -AM \times AB = -\frac{5}{2} \times 5 = -\mathbf{\frac{25}{2}}$

c. B est le projeté orthogonale de A sur (CB)
donc $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CB} = CB^2 = 4^2 = \mathbf{16}$



Corrigé Savoir Vps. 7

1) a. On a $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-2-1\\6-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}3\\-9\end{pmatrix}$. Alors $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = -3 \times 3 + (-1) \times (-9) = -9 + 9 = 0$.
Les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux, donc le **triangle ABC est bien rectangle en B**

b. On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}7\\-6\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{EF} = 21 - 24 = -3 \neq 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ ne sont pas orthogonaux donc les droites (CD) **et** (EF) **ne sont pas perpendiculaires.**

2) On a $\overrightarrow{GK}\begin{pmatrix}\frac{4}{3}\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HL} = \overrightarrow{GH} - 2\overrightarrow{HG} - 2\overrightarrow{GI} = 3\overrightarrow{GH} - 2\overrightarrow{GI} = \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ Donc $\overrightarrow{GK}.\overrightarrow{HL} = \frac{4}{3} \times 3 - 4 = 4 - 4 = 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{GK}$ et $\overrightarrow{HL}$ sont orthogonaux, donc les droites (GK) **et** (HL) **sont bien perpendiculaires**

3) On a $\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}t\\1-t\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OM} = 3t + 4(1-t) = 3t + 4 - 4t = \mathbf{4 - t}$
Le triangle OMP est rectangle en O quand $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OM} = 0 \Leftrightarrow 4 - t = 0 \Leftrightarrow \mathbf{t = 4}$
Le triangle OMP est rectangle en O pour $t = 4$

Corrigés des entraînements

Savoir Vps. 4 : Corrections

Corrigé Entraînement n°1

1) a. $\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} = \frac{4}{3} \div \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$ et $\frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}} = -3 \div \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{9}{2}$ donc $\frac{x_{\vec{u}}}{x_{\vec{v}}} \neq \frac{y_{\vec{u}}}{y_{\vec{v}}}$ $\Rightarrow$ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont **pas colinéaires**

b. $Det\,(\vec{u};\vec{w}) = \frac{4}{3} \times \frac{9}{2} - (-3) \times (-2) = 6 - 6 = 0$ **$\Rightarrow$ $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires et** $\vec{u} = \frac{-3}{-2}\vec{w} = \frac{3}{2}\vec{w}$

2) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MO} + 4\overrightarrow{PO} = 2\overrightarrow{MO} + 4\overrightarrow{PM} + 4\overrightarrow{MO} = 6\overrightarrow{MO} - 4\overrightarrow{MP}$ donc $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$
On a $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow$ Les vecteurs **$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires**

3) $Det(\vec{a}\,;\vec{b}\,) = -m^2 - (-16) = 16 - m^2$
Donc $\vec{a}$ et $\vec{b}$ colinéaires $\Leftrightarrow Det(\vec{a};\,\vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 16 - m^2 = 0 \Leftrightarrow 16 = m^2 \Leftrightarrow m = 4$ ou $m = -4$
Les vecteurs $\vec{a}$ *et* $\vec{b}$ sont colinéaires si et seulement si $m \in \{-4; 4\}$

Corrigé Entraînement n°2

1) a. $\frac{x_{\vec{a}}}{x_{\vec{b}}} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}$ et $\frac{y_{\vec{a}}}{y_{\vec{b}}} = \frac{25}{-20} = -\frac{5}{4}$ donc $\frac{x_{\vec{a}}}{x_{\vec{b}}} = \frac{y_{\vec{a}}}{y_{\vec{b}}}$ les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont **colinéaires et $\vec{a} = -\frac{5}{4}\vec{b}$**
(ou $\vec{b} = -\frac{4}{5}\vec{a}$)

b. $Det\,(\vec{v};\vec{w}) = 8 \times (-16) - (-20) \times 6 = -128 + 120 = -8 \neq 0$ **$\Rightarrow$ $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires .**

2) On a $\overrightarrow{MN}\left(\frac{1}{2}\,;\,-\frac{3}{2}\right)$ et $\overrightarrow{RS} = -4\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{AE} + 6\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{RS}(2;6)$
$Det(\overrightarrow{MN}\,;\overrightarrow{RS}) = \frac{1}{2} \times 6 - \left(-\frac{3}{2}\right) \times 2 = 3 + 3 = 6 \neq 0 \Rightarrow$ Les vecteurs **$\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{RS}$ ne sont pas colinéaires**

3) $Det(\vec{u}\,;\vec{v}\,) = 8 + 12t$
Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow Det(\vec{u}\,;\vec{v}\,) = 0 \Leftrightarrow 8 + 12t = 0 \Leftrightarrow 5 = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$
Les vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $t = -\frac{2}{3}$

Corrigé Entraînement n°3

1) a. $\frac{x_{\vec{v}}}{x_{\vec{u}}} = \frac{6}{-1} = -6$ et $\frac{y_{\vec{v}}}{y_{\vec{u}}} = \frac{-15}{\frac{9}{5}} = -\frac{75}{9} = -\frac{25}{3}$ donc $\frac{x_{\vec{v}}}{x_{\vec{u}}} \neq \frac{y_{\vec{v}}}{y_{\vec{u}}}$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ **ne sont pas colinéaires**

b. $Det\ (\vec{v};\vec{w}) = 6 \times 20 - (-15) \times (-8) = 120 - 120 = 0$ ⇒ $\vec{v}$ **et** $\vec{w}$ **sont colinéaires et** $\vec{v} = -\frac{15}{2}\vec{w}$

2) On a $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{CB} - \frac{5}{4}\overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{CN}\left(-\frac{3}{4};\ -\frac{5}{4}\right)$
$Det(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{CN}) = 3 \times \left(-\frac{5}{4}\right) - 5 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{15}{4} + \frac{15}{4} = 0 \Rightarrow$ Les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ **et** $\overrightarrow{BU}$ **sont colinéaires**

3) $Det(\vec{a};\vec{b}) = (m-4) \times 3 + 18 = 3m + 6$
Or $\vec{a}$ et $\vec{b}$ colinéaires ⇔ $Det(\vec{a};\ \vec{b}) = 0$ ⇔ $3m + 6 = 0$ ⇔ $m = -2$
Les vecteurs $\vec{a}$ ***et*** $\vec{b}$ **sont colinéaires si et seulement si** $m = -2$

Savoir Vps. 5 : Corrections

Corrigé Entraînement n°1

1) a. On a $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-2+4\\4-10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GK}\begin{pmatrix}-6\\19\end{pmatrix}$ Alors $Det\ (\overrightarrow{FH};\overrightarrow{GK}) = 38 + 36 = 74 \neq 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{FH}$ et $\overrightarrow{GK}$ ne sont pas colinéaires, donc **les droites** (FH) **et** (GK) **ne sont pas parallèles, elles sont bien sécantes**

b. On a $\overrightarrow{FK}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FL}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ Donc $Det\ (\overrightarrow{FK};\overrightarrow{FL}) = 4 - 4 = 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{FK}$ et $\overrightarrow{FL}$ sont colinéaires, donc **les points** F, K **et** L **sont alignés et** $F \in (KL)$

2) On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$ Or $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$
donc $\overrightarrow{IJ} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$
et donc $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$: les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires, donc **les droites** (IJ) **et** (AC) **sont parallèles**

Corrigé Entraînement n°2

1) a. On a $\overrightarrow{RE}\begin{pmatrix}-4-3\\8-7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{US}\begin{pmatrix}8\\-2\end{pmatrix}$ Alors $Det\ (\overrightarrow{RE};\overrightarrow{US}) = 14 - 8 = 6 \neq 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{RE}$ et $\overrightarrow{US}$ ne sont pas colinéaires, donc **les droites** (RE) **et** (US) **ne sont pas parallèles.**

b. On a $\overrightarrow{EP}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EU}\begin{pmatrix}10\\-15\end{pmatrix}$ Donc $Det\ (\overrightarrow{EP};\overrightarrow{EU}) = -60 - (-60) = 0$
Les vecteurs $\overrightarrow{EP}$ et $\overrightarrow{EU}$ sont colinéaires, donc **les points** E, P **et** U **sont alignés.**

2) On a $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RA} = -\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU}$ donc on a $\overrightarrow{SA}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{UB} = -\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RU} + \overrightarrow{RU} + 3\overrightarrow{UT}$ or $\overrightarrow{UT} = \overrightarrow{RS}$

donc $\overrightarrow{SB} = -\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RU} + 3\overrightarrow{RS} = 2\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RU}$ donc on a $\overrightarrow{SB}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ et on voit que $\boldsymbol{\overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SA}}$

Les vecteurs $\overrightarrow{SB}$ et $\overrightarrow{SA}$ sont colinéaires, **les points S, A et B sont alignés et A est le milieu de $[SB]$**

Corrigé Entraînement n°3

1) a. On a $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}3+3\\6-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TH}\begin{pmatrix}-9\\6\end{pmatrix}$ Alors $Det\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{TH}\right) = 36 - (-36) = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{TH}$ sont colinéaires, donc **les droites (MA) et (TH) sont parallèles et donc non sécantes.**

b. On a $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-7\\-10\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}-1\\-6\end{pmatrix}$ Donc $Det\left(\overrightarrow{AH};\overrightarrow{AS}\right) = 42 - 10 = 32 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AS}$ ne sont pas colinéaires, donc les points A, H et S ne sont pas alignés.

2) On a $\overrightarrow{VZ}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RU} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SU} = \overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RT} - 4\overrightarrow{RS} = -3\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{ST} = -\overrightarrow{RS} - 2\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RU}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$

$Det\left(\overrightarrow{VZ}\,;\,\overrightarrow{RU}\right) = -2 - 1 = -3 \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{VZ}$ et $\overrightarrow{RU}$ sont non colinéaires, donc les droites (VZ) et (RU) ne sont pas parallèles : **le quadrilatère n'est pas un trapèze de bases (VZ) et (RU)**

Savoir Vps. 6 : Corrections

Corrigé Entraînement n°1

1) a. $\vec{a}.\vec{b} = \frac{5}{2} \times 4 + (-2) \times 5 = 10 - 10 = \mathbf{0}$ **b.** $\vec{c}^2 = (-3)^2 + 8^2 = 9 + 64 = 73$

c. $\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + (-2)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25+16}{4}} = \mathbf{\frac{1}{2}\sqrt{41}}$ **d.** $\vec{c}.\vec{b} = -12 + 40 = \mathbf{28}$

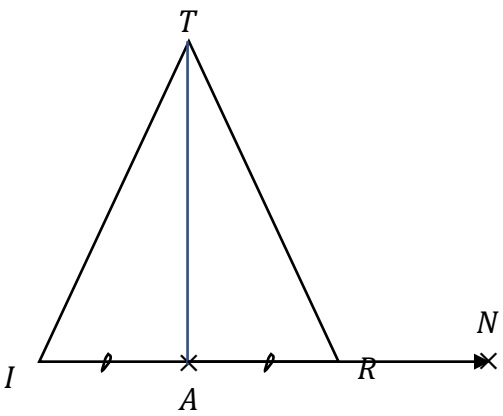
2) On a $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BP} = 3\overrightarrow{AC} - 5\overrightarrow{BA} - 5\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$

Alors $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BP} = 10 + 3 = 13 \neq 0$ donc les vecteurs $\boldsymbol{\overrightarrow{AM}}$ **et** $\boldsymbol{\overrightarrow{BP}}$ **ne sont pas orthogonaux**

3) a. Le projeté orthogonal de N sur (TA) est **le point A**

b. $\overrightarrow{TN}.\overrightarrow{TA} = \overrightarrow{TA}.\overrightarrow{TA} = TA^2 = 12^2 = \mathbf{144}$

c. $\overrightarrow{IT}.\overrightarrow{NR} = \overrightarrow{IA}.\overrightarrow{NR} = -IA \times NR = -\frac{10}{2} \times \frac{10}{2} = \mathbf{-25}$



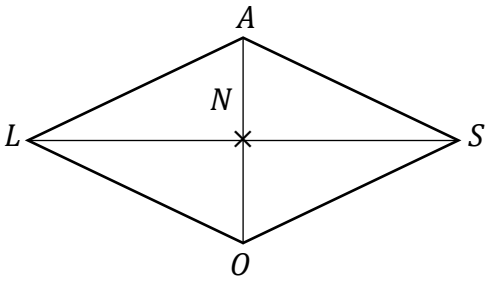
Corrigé Entraînement n°2

1) **a.** $\vec{u}.\vec{w} = 2 \times 0 - 3 \times 6 = \mathbf{-18}$ **b.** $\|\vec{v}\| = \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$

c. $\vec{v}.\vec{u} = -14 + 15 = \mathbf{1}$ **d.** $\vec{u}^2 = 2^2 + (-3)^2 = 4 + 9 = \mathbf{13}$

2) $\vec{a} = -\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = 2\overrightarrow{OC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CO} + \frac{3}{2}\overrightarrow{OA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{OC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Alors $\vec{a}.\vec{b} = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 0$ **Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont orthogonaux**



3) a. Le projeté orthogonal de O sur (LS) est le point N (les losanges ont leurs diagonales perpendiculaires)

b. $\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{LS} = \overrightarrow{SN}.\overrightarrow{LS} = -SN \times LS = -4 \times 8 = \mathbf{-32}$
(Les diagonales se coupent en leur milieu…)

c. $\overrightarrow{AL}.\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN}^2 = AN^2 = 3^2 = \mathbf{9}$

Corrigé Entraînement n°3

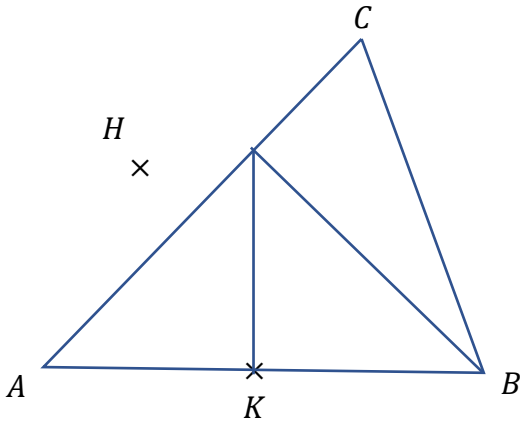
1) a. $\vec{a}^2 = (-2)^2 + 1^2 = \mathbf{5}$ **b.** $\vec{a}.\vec{h} = -6 - \frac{1}{2} = -\mathbf{\frac{13}{2}}$

c. $\|\vec{v}\| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{\mathbf{13}}$ **d.** $\vec{h}.\vec{v} = -6 + \frac{3}{2} = -\mathbf{\frac{9}{2}}$

2) On a $\overrightarrow{EA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EF} + 3\overrightarrow{EF} + 3\overrightarrow{FG} = \frac{5}{2}\overrightarrow{EF} + 3\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -2 \end{pmatrix}$

Alors $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{FB} = \frac{15}{4} - 6 = -\frac{9}{4} \neq 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{\boldsymbol{EA}}$ **et** $\overrightarrow{\boldsymbol{FB}}$ **ne sont pas orthogonaux**



3) a. Le projeté orthogonal de B sur (AC) est **le point H**

b. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AC} = AH \times AC = 6 \times (6 + 3) = \mathbf{54}$

c. $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB} = -KA \times KB = -4 \times 5 = \mathbf{-20}$

Savoir Vps. 7 : Corrections

Corrigé Entraînement n°1

1) a. $\overrightarrow{TU}\begin{pmatrix}0-7\\10-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\8\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$. Alors $\overrightarrow{TU}.\overrightarrow{NP}=--7\times(-4)+8\times(-3)=28-24=4\neq 0$.
Les vecteurs $\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{NP}$ ne sont pas orthogonaux donc les droites $(\boldsymbol{TU})$ **et** $(\boldsymbol{NP})$ **ne sont pas perpendiculaires.**

b. Savoir si la droite (MS) est la hauteur issue de S dans le triangle RST revient à savoir si les droites (MS) et (RT) sont perpendiculaires
On a $\overrightarrow{MS}\begin{pmatrix}1\\-7\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RT}\begin{pmatrix}7+\frac{11}{2}\\2+\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{35}{2}\\\frac{5}{2}\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{RT}=1\times\frac{35}{2}-7\times\frac{5}{2}=\frac{35}{2}-\frac{35}{2}=0$
Les vecteurs $\overrightarrow{MS}$ et $\overrightarrow{RT}$ sont orthogonaux, donc la droite $(\boldsymbol{MS})$ **est bien la hauteur issue de** $\boldsymbol{S}$ dans RST

2) On a $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OP}=5\overrightarrow{OC}+3\overrightarrow{AB}$ comme $\overrightarrow{OC}=-\overrightarrow{OA}$, on a $\overrightarrow{OP}=-5\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{AO}+3\overrightarrow{OB}$
$\overrightarrow{OP}=-8\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}=\begin{pmatrix}-8\\3\end{pmatrix}$ Donc $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OP}=\frac{3}{4}\times(-8)+2\times 3=-6+6=0$
Les vecteurs $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont orthogonaux, donc le **triangle** $\boldsymbol{OMP}$ **est bien rectangle en** $\boldsymbol{O}$

3) On a $\overrightarrow{SM}\begin{pmatrix}-5\\t+3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TM}\begin{pmatrix}1\\t-1\end{pmatrix}$
Donc $\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{TM}=-5+(t+3)(t-1)=-5+t^2-t+3t-3=\boldsymbol{t^2+2t-8}$
Les droites (SM) et (TM) sont perpendiculaires quand $\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{TM}=0 \Leftrightarrow t^2+2t-8=0$
On calcule $\Delta=4+32=36$ et $t_1=\frac{-2+6}{2}=2$; $\frac{t_2(-2-6)}{2}=-4$
Les droites $(\boldsymbol{SM})$ **et** $(\boldsymbol{TM})$ **sont perpendiculaires pour** $\boldsymbol{t}\in\{-4;2\}$

Corrigé Entraînement n°2

1) a. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6+9\\7+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\10\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}10\\-14\end{pmatrix}$. Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=15\times 10+10\times(-14)=150-140=10\neq 0$.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas orthogonaux donc le **triangle** $\boldsymbol{ABC}$ **n'est pas rectangle en** $\boldsymbol{A}$

b. On a $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-3\\-18\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-12\\2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{EF}=+36-36=0$
Les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont orthogonaux, donc les diagonales $(\boldsymbol{BD})$ **et** $(\boldsymbol{EF})$ **sont bien perpendiculaires**

2) On a $\overrightarrow{RE}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{IT}+\overrightarrow{TR}+\overrightarrow{RF}=-\overrightarrow{TI}+\overrightarrow{TR}-\frac{3}{2}\overrightarrow{TI}=\overrightarrow{TR}-\frac{5}{2}\overrightarrow{TI}=\begin{pmatrix}1\\-\frac{5}{2}\end{pmatrix}$
Donc $\overrightarrow{RE}.\overrightarrow{IF}=5-\frac{5}{2}\times 2=5-5=0$
Les vecteurs $\overrightarrow{RE}$ et $\overrightarrow{IF}$ sont orthogonaux, donc les droites $(\boldsymbol{RE})$ **et** $(\boldsymbol{IF})$ **sont bien perpendiculaires**

3) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AP}\begin{pmatrix}t-4\\2t+3\end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AP} = -6(t-4)+3(2t+3) = -6t+24+6t+9 = \mathbf{32}$

Il n'existe aucune valeur de t pour laquelle on pourrait avoir $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AP} = 0$, donc le **triangle $\boldsymbol{ABP}$ ne sera jamais rectangle en $\boldsymbol{A}$**

Corrigé Entraînement n°3

1) a. $\overrightarrow{GE}\begin{pmatrix}10\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HK}\begin{pmatrix}6\\12\end{pmatrix}$. Alors $\overrightarrow{GE}.\overrightarrow{HK} = 60-60 = 0$.

Les vecteurs $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{HKJ}$ sont orthogonaux, donc les **droites $(\boldsymbol{GE})$ et $(\boldsymbol{HK})$ sont bien perpendiculaires**

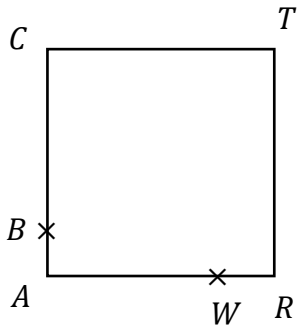
b. On a $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF}$ et le quadrilatère $DEFG$ est un parallélogramme

On a de plus $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DE}.\overrightarrow{EF} = -24+24 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont orthogonaux, l'angle $\widehat{DEF}$ est un angle droit.

Un parallélogramme qui a un de ses angles droit est un rectangle, donc **$\boldsymbol{DEFG}$ est bien un rectangle**

2) On peut, par exemple, se placer dans la base $\left(\overrightarrow{AC};\ \overrightarrow{AR}\right)$. Si vous choisissez une autre base, les résultats intermédiaires seront différents, mais la conclusion doit être la même.



$\overrightarrow{BW} = \overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AR}+\overrightarrow{RW} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AR}+\overrightarrow{AC}-\frac{1}{5}\overrightarrow{AR} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}+\frac{4}{5}\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix}\frac{4}{5}\\\frac{4}{5}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CR} = \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AR} = -\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ Donc $\overrightarrow{BW}.\overrightarrow{CR} = -\frac{4}{5}+\frac{4}{5} = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{BW}$ et $\overrightarrow{CR}$ sont orthogonaux, donc les droites $(\boldsymbol{BW})$ **et** $(\boldsymbol{CR})$ **sont bien perpendiculaires**

3) Pour rappel dans (O,I,J) on a $J(0;1)$ alors $\overrightarrow{JM}\begin{pmatrix}2t\\t\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$

Donc $\overrightarrow{JM}.\overrightarrow{AB} = 4t-4t = 0$ le résultat ne dépend pas de t, les vecteurs $\overrightarrow{JM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont toujours orthogonaux. Donc les droites $(\boldsymbol{JM})$ **et** $(\boldsymbol{AB})$ **sont toujours perpendiculaires, quelle que soit la valeur de $\boldsymbol{t}$.**