Savoir C. 3 : Tableaux de signes

Entraînement 1

1) Donner le tableau de signe des expressions suivantes :

a) $f(x) = -2x^2 - 4$ b) $g(x) = -4x$ c) $P(x) = -2x^2 + 4x + 6$ d) $V(x) = 4x^2 + 2x - 1$

2) Déterminer le tableau de signe des expressions suivantes : $f(x) = (3x^2 - 5x - 2)(4x - 20)$ $g(x) = \dfrac{3x^2 - 2x - 5}{(1 - x)(x - 2)}$

Entraînement 2

1) Donner le tableau de signe des expressions suivantes :

a) $V(x) = -x^2 + 5x - 5$ b) $A(x) = x^2 + 3$ c) $j(x) = x^2 - 4x + 4$ d) $i(x) = -\dfrac{3x}{5}$

2) Déterminer le tableau de signe des expressions suivantes : $g(x) = \dfrac{2x(3 - x)}{(2 + 5x)^2}$ $h(x) = (x - 2)(-x^2 + 2x - 3)$

Entraînement 3

1) Donner le tableau de signe des expressions suivantes :

a) $G(x) = x - 6$ b) $r(x) = -\dfrac{x^2}{4}$ c) $F(x) = 2x^2 - 18$ d) $V(x) = -9x^2 + 6x - 1$

2) Déterminer le tableau de signe des expressions suivantes : $h(x) = (5 - 3x)(x^2 + 3x - 10)$ $i(x) = \dfrac{-x^2 + 2x + 8}{x(x + 4)}$

Corrections Savoir C. 3

Corrigé Entraînement n°1

1) *a)* on a pour tout x : $-2x^2 \leq 0$

$\Rightarrow$ f est la somme de deux nombres toujours négatifs, donc est négative

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	

b) g est linéaire et $^{+}\searrow_{-}$ et $-4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

c) $\Delta = 64$; $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$

P est du signe de a (négatif) à l'extérieur des racines

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d) $\Delta = 20$

$x_1 = \dfrac{-2+\sqrt{20}}{8} = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}$

V est du signe de a (positif) à l'extérieur des racines

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$		$\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$		$+\infty$
$V(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2) $f(x) = (3x^2-5x-2)(4x-20)$

Les racines du polynôme $3x^2-5x-2$ sont 2 et $-\dfrac{1}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		2		5		$+\infty$
$3x^2-5x-2$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$4x-20$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$g(x) = \dfrac{3x^2-2x-5}{(1-x)(x-2)}$ *g est définie sur* $\mathbb{R}\backslash\{1\ ;2\}$

Les racines du polynôme $3x^2-2x-5$ sont -1 et $\frac{5}{3}$

x	$-\infty$		-1		1		$\frac{5}{3}$		2		$+\infty$
$3x^2-2x-5$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	
$x-2$		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	

Corrigé Entraînement n°2

1) *a)* $\Rightarrow \Delta = 5$ *et* $x_1 = \dfrac{-5+\sqrt{5}}{-2}$ et $x_2 = \dfrac{-5-\sqrt{5}}{-2} = \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{-5+\sqrt{5}}{-2}$		$\frac{5+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$V(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) $A(x) = x^2+3$ on a pour tout x : $x^2 \geq 0$

$\Rightarrow$ $x^2+3 \geq 3$ Donc A est toujours positif

x	$-\infty$	$+\infty$
$A(x)$	$+$	

c) $\Delta = 0 \Rightarrow x_0 = \dfrac{-(-4)}{2\times 1} = 2 \Rightarrow$ *De signe constant, celui de a*

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$j(x)$		$+$	0	$+$	

d) i est linéaire et $^{+}\searrow_{-}$ et $-\frac{3x}{5} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	$+$	0	$-$

2) $g(x) = \frac{2x(3-x)}{(2+5x)^2}$ Un carré est toujours positif

g est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-\frac{2}{5}\}$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{5}$		0		3		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$3-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$(2+5x)^2$		$+$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$g(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	

$h(x) = (x-2)(-x^2+2x-3)$

Pour $-x^2+2x-3 \Rightarrow \Delta = 4-12 < 0$. *C'est donc toujours négatif (du signe de a = –1)*

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
$-x^2+2x-3$		$-$	|	$-$	
$h(x)$		$+$	0	$-$	

Corrigé Entraînement n°3

1) *a)*

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$G(x)$	$-$	0	$+$

b) pour tout x on a $-\frac{x^2}{4} \leq 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$r(x)$	$-$	0	$-$

c) $\Delta = 144 \Rightarrow x_1 = 3$ et $x_2 = -3$

x	$-\infty$	-3		3	$+\infty$
$F(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

d) $\Rightarrow \Delta = 0$ *et* $x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow$ *V de signe constant, ici négatif*

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$V(x)$		$-$	0	$-$	

2) $h(x) = (5-3x)(x^2+3x-10)$

x	$-\infty$		-5		$\frac{5}{3}$		2		$+\infty$
$5-3x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x^2+3x-10$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$\boldsymbol{h(x)}$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

$i(x) = \frac{-x^2+2x+8}{x(x+4)}$

x	$-\infty$		-4		-2		0		4		$+\infty$
$-x^2+2x+8$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
x		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$\boldsymbol{i(x)}$		$-$	‖	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	‖	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	