

Corrections Savoir Ta. 3

Corrigé Exercice 9

1) D'une part : $A = 8x - 2(3x + 1)(2 - x) + 4$

$$A = 8x - 2(6x - 3x^2 + 2 - x) + 4$$

$$A = 8x - 10x + 6x^2 - 4 + 4$$

$$A = 6x^2 - 2x$$

D'autre part : $2x(3x - 1) = 6x^2 - 2x$

Il y a égalité, donc on a bien $A = 2x(3x - 1)$

2) D'une part :

$$\begin{aligned} (2x - 1)^2 - (4 - x)^2 &= 4x^2 - 4x + 1 - (16 - 8x + x^2) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 - 16 + 8x - x^2 \\ &= 3x^2 + 4x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } (x + 3)(3x - 5) &= 3x^2 - 5x + 9x - 15 \\ &= 3x^2 + 4x - 15 \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$(2x - 1)^2 - (4 - x)^2 = (x + 3)(3x - 5)$$

1) D'une part :

$$B = 2x(2x - 5) - 1 = 4x^2 - 10x - 1$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} (3x - 1)(3x + 1) - 5x(x + 2) &= 9x^2 - 1 - 5x^2 - 10x \\ &= 4x^2 - 10x - 1 \end{aligned}$$

Il y a égalité, donc on a bien

$$B = (3x - 1)(3x + 1) - 5x(x + 2)$$

2) D'une part : $x(3x + 2) = 3x^2 + 2x$

D'autre part :

$$\begin{aligned} (2x + 1)^2 - (x + 1)^2 &= 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 + 2x + 1) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 2x - 1 \\ &= 3x^2 + 2x \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$x(3x + 2) = (2x + 1)^2 - (x + 1)^2$$

Corrigé Exercice 10

1) D'une part :

$$C = 1 + \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{x + 3 + x^2 - 9}{x + 3} = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } x - 2 &= \frac{(x-2)(x+3)}{x+3} \\ &= \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x + 3} = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$C = x - 2$$

$$\begin{aligned} \text{2) D'une part : } \frac{D}{E} &= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x}{x-1} \times \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2}{x^2 - 1} \end{aligned}$$

$$\text{D'autre part : } 1 + \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 1 + 1}{x^2 - 1} = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien :

$$\frac{D}{E} = 1 + \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$\text{1) D'une part : } \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{x-1+x}{x(x-1)} = \frac{2x-1}{x^2-x}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part : } \frac{2x^2-1}{x^2-x} - 2 &= \frac{2x^2-1-2(x^2-x)}{x^2-x} \\ &= \frac{2x^2-1-2x^2+2x}{x^2-x} = \frac{2x-1}{x^2-x} \end{aligned}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{(2x^2-1)}{x^2-x} - 2$$

$$\text{2) D'une part : } \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{2-x}{2x}$$

$$\text{D'autre part : } \frac{\frac{2-x}{2(2+x)}}{\frac{x}{2+x}} = \frac{2-x}{2(2+x)} \times \frac{2+x}{x} = \frac{2-x}{2x}$$

On obtient le même résultat, donc on a bien

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{2-x}{4+2x}}{\frac{x}{2+x}}$$

Corrigé Exercice 11

1) a. $f(x) = 2(x - 3)^2 - (x - 3)(4x - 4)$
 $= 2(x^2 - 6x + 9) - (4x^2 - 4x - 12x + 12)$
 $= 2x^2 - 12x + 18 - 4x^2 + 16x - 12$
 $= -2x^2 + 4x + 6$ Ce Qu'il Fallait Démontrer (abréviation mathématique très utilisée « **CQFD** »)

b. On a : $-2(x - 3)(x + 1) = -2(x^2 - 2x - 3) = -2x^2 + 4x + 6 = f(x)$ **CQFD**

c. $8 - 2(x - 1)^2 = 8 - 2(x^2 - 2x + 1) = 8 - 2x^2 + 4x - 2 = -2x^2 + 4x + 6 = f(x)$ **CQFD**

2) a. La forme réduite $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ est toujours la plus simple pour calculer l'image de 0, car tous les termes en x s'annulent

$$f(0) = -2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 6 = 6$$

b. On s'aperçoit dans la forme factorisée $f(x) = -2(x - 3)(x + 1)$, la 2^{ème} parenthèse s'annule quand on remplace x par -1 ... ce qui annulera le produit :

L'image de -1 par f est $f(-1) = -2 \times (-1 - 3)(-1 + 1) = 0$

c. On s'aperçoit dans la 3^{ème} forme (qu'on dit canonique), $x = 1$ annule la parenthèse :

$$f(1) = 8 - 2(x - 1)^2 = 8 - 2 \times 0 = 8$$