

Exercice 6: En situation

On parle d'illettrisme pour des personnes adultes qui, après avoir été scolarisées en France, n'ont pas acquis une maîtrise suffisante de la lecture, de l'écriture et du calcul pour être autonomes dans les situations simples de la vie courante. On étudie la population adulte âgée de 18 à 65 ans ayant été scolarisée en France.

Selon les données de janvier 2013, on sait que :

- L'effectif total de cette population s'élève à 36 millions d'individus.
- La part de cette population qui a effectué une scolarité complète au collège est de 82%.
- Parmi les personnes ayant effectué une scolarité complète au collège, 97% ne sont pas en situation d'illettrisme.
- Une personne sur quatre, parmi celles qui ont interrompu leur scolarité avant la fin du collège, est en situation d'illettrisme.

Dans la population étudiée, on choisit d'interroger au hasard une personne âgée de 18 à 65 ans qui a été scolarisée en France.

On note C l'évènement : « la personne a effectué une scolarité complète au collège »
et \bar{C} l'évènement contraire.

On note I l'évènement : « la personne est en situation d'illettrisme » et \bar{I} l'évènement contraire.

Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au millième.

- a) Quelle est la probabilité de l'évènement C ?
- b) Décrire par une phrase l'évènement $C \cap I$. Calculer la probabilité de cet évènement.
- c) Calculer la probabilité de l'évènement I .
- d) Calculer $p(C \cup I)$.
- e) Un journaliste affirme dans un article que : « Deux personnes en situation d'illettrisme sur trois ont interrompu leur scolarité avant la fin du collège. »
Que penser de cette affirmation ? Justifier.

Exercice 7: Type bac

Dans tout l'exercice, les valeurs seront, si nécessaire, approchées au millième.

Un entrepreneur décide d'installer un logiciel anti-spam, ce logiciel détecte les messages indésirables appelés spams (messages malveillants, publicités, etc.) et les déplace dans un fichier appelé « dossier spam ». Le fabricant affirme que 95% des spams sont déplacés. De son côté, l'entrepreneur sait que 60% des messages qu'il reçoit sont des spams. Après installation du logiciel, il constate que 58,6% des messages sont déplacés dans le dossier spam.

Pour un message pris au hasard, on considère les évènements suivants :

- D : « le message est déplacé » ;
- S : « le message est un spam ».

1. Calculer $P(S \cap D)$.

2. On choisit au hasard un message qui n'est pas un spam. Montrer que la probabilité qu'il soit déplacé est égale à 0,04.

3. On choisit au hasard un message non déplacé. Quelle est la probabilité que ce message soit un spam ?

Corrigé Exercice 6

On s'aidera avantageusement d'un arbre comme ci-dessous.

a) $p(C) = 82\%$.

b) $C \cap I$ est l'événement « la personne a effectué une scolarité complète au collège et est en situation d'illettrisme ».

$p(C \cap I) = 0,82 \times 0,03 = 2,46\%$.

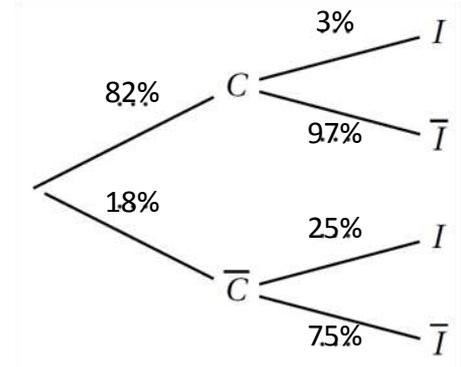
c) $p(I) = p(C \cap I) + p(\bar{C} \cap I) = 0,0246 + 0,045 = 6,96\%$

d) $p(C \cup I) = p(C) + p(I) - p(C \cap I) = 0,82 + 0,0696 - 0,0246 = 86,5\%$

e) L'affirmation correspond à $p_I(\bar{C})$.

Or $p_I(\bar{C}) = \frac{p(I \cap \bar{C})}{p(I)} = \frac{0,045}{0,0696} \simeq 0,65 \simeq \frac{2}{3}$. (Car $\frac{2}{3} \simeq 0,67$)

Le journaliste a donc plutôt raison.



Corrigé Exercice 7

1. L'énoncé donne : $p(S) = 0,6$; $p_S(D) = 0,95$ et $p(D) = 0,586$.

On a donc $P(S \cap D) = p(S) \times p_S(D) = 0,6 \times 0,95 = 0,57$.

2. On cherche ici $p_{\bar{S}}(D) = \frac{p(\bar{S} \cap D)}{p(\bar{S})}$.

Or $p(\bar{S} \cap D) = p(D) - p(S \cap D) = 0,586 - 0,57 = 0,016$.

D'autre part, $p(\bar{S}) = 1 - p(S) = 0,4$. On a donc $p_{\bar{S}}(D) = \frac{0,016}{0,4} = 0,04$.

CQFD.

3. On cherche ici $p_{\bar{D}}(S) = \frac{p(\bar{D} \cap S)}{p(\bar{D})}$.

Or $p(\bar{D} \cap S) = p(S) - p(D \cap S) = 0,6 - 0,57 = 0,03$.

D'autre part, $p(\bar{D}) = 1 - p(D) = 0,414$. On a donc : $p_{\bar{D}}(S) = \frac{0,03}{0,414} \simeq 0,072$.

Si on choisit au hasard un message non déplacé, il y a donc environ 7,2% de chances que ce message soit un spam.

Un arbre est très utile :

