Savoir SL. 4 : Multiples et sommes

Déterminer les limites des suites suivantes, en justifiant *(ne pas chercher à résoudre les cas indéterminés).*

Entraînement 1

$$u_n = 3 - 2e^n \qquad v_n = 7 - \frac{2}{n}$$

$$a_n = 4n^2 - 5n \qquad b_n = 3^n - \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

Entraînement 2

$$u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 5 \qquad v_n = n^2 - n + 4$$

$$a_n = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} + 4 \qquad b_n = 2^n + e^{-n}$$

Entraînement 3

$$u_n = 3 + (-2)^n \qquad v_n = -3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

$$a_n = 3 \times (1 - e^{-n}) \qquad b_n = 2 - 3(n + 2)$$

Entraînement 4

$$v_n = 4n^3 + \ln(n) - 8 \qquad w_n = 5 - \frac{2}{n^2}$$

$$a_n = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n - 2 \qquad b_n = 5 - \frac{2}{3} \times 2^n$$

Entraînement 5

$$u_n = -2n^3 + 9 \qquad v_n = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$$

$$a_n = \ln(n) - 4n \qquad x_n = 3 - \frac{5}{n^3}$$

Entraînement 6

$$u_n = 1 - 2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^n \qquad v_n = e^n - \ln(n)$$

$$a_n = 3n^3 + n - 8 \qquad b_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 5^{n+1}$$

Corrigé Savoir SL. 4

Corrigé Entraînement 1

- $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n = +\infty$ donc, par <u>somme</u> de limites : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n} = -\infty$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2}{n} = 0$ donc, par <u>somme</u> de limites : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 7}$

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} 4n^2 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -5n = -\infty \end{cases}$ donc pour $(\boldsymbol{a_n})$ il s'agit d'une **forme indéterminée**

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} 3^n = +\infty \quad \text{car } 3 > 1 \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0 \quad \text{car } \frac{1}{3} \in]-1;1[\end{cases}$ donc, par <u>somme</u> de limites : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n} = +\infty$

Corrigé Entraînement 2

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ car $\frac{2}{3} \in]-1;1[$ donc, par <u>somme</u> de limites : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -5}$

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -n = -\infty \end{cases}$ On est donc pour (v_n) dans un **cas indéterminé**

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -\frac{1}{n} = 0 \end{cases}$ donc, par <u>somme</u> de limites : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 4}$

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} 2^n = +\infty \quad \text{car } 2 > 1 \\ \lim\limits_{n\to+\infty} e^{-n} = 0 \end{cases}$ donc, par somme de limites, on a : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} b_n} = +\infty$

Corrigé Entraînement 3

- La suite $(-2)^n$ n'a pas de limite (alternativement + et −, mais dans les infinis) : **pas de limite**

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = 0$ car $-\frac{1}{2} \in]-1;1[$, donc, par somme de limites, on a : $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -3}$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2}{n} = 0$ donc, pas somme, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 - e^{-n} = 1$ et par multiple $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} a_n} = 3 \times 1 = \boldsymbol{3}$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} n + 2 = +\infty$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} -3(n+2) = -\infty$ et donc $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} b_n} = -\infty$

Corrigé Entraînement 4

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} 4n^3 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} \ln(n) = +\infty \end{cases}$ Donc, par <u>somme</u> de limite $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n} = +\infty$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0.$ Donc, par <u>somme</u> de limite $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 5}$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ car $\frac{1}{3} \in]-1;1[$. Donc, par <u>somme</u> de limites $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} a_n} = 4 \times 0 - 2 = \boldsymbol{-2}$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$ car $2 > 1$. Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} -\frac{2}{3} \times 2^n = -\infty$ et par somme $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} b_n} = -\infty$

Corrigé Entraînement 5

- Par <u>somme</u> de limite $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n} = -\infty$

- On a $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ car $-1 < \frac{1}{3} < 1$ Donc, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0}$

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} \ln(n) = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -4n = -\infty \end{cases}$ On est dans un **cas indéterminé**

- On a $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^3} = 0$ Donc, par <u>somme</u> de limite $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = 3}$

Corrigé Entraînement 6

- On a $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{4^n}{3} = +\infty$ car $\frac{4}{3} > 1$. Donc, par <u>somme</u> de limite $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n} = -\infty$

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} e^n = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} -\ln(n) = -\infty \end{cases}$ donc on se retrouve pour (v_n) dans un **cas indéterminé.**

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} 3n^3 = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty \end{cases}$ Donc par <u>somme</u> de limites, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} a_n} = +\infty$

- $\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0 & \text{car } \frac{1}{5} \in]-1;1[\\ \lim\limits_{n\to+\infty} 5^{n+1} = +\infty & \text{car } 5 > 1 \end{cases}$ Donc, par <u>somme</u> de limites, $\boldsymbol{\lim\limits_{n\to+\infty} b_n} = +\infty$