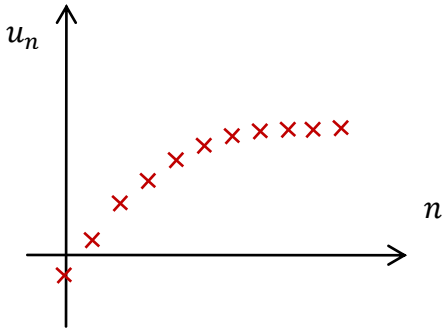
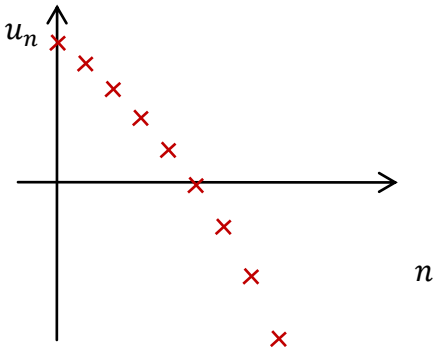
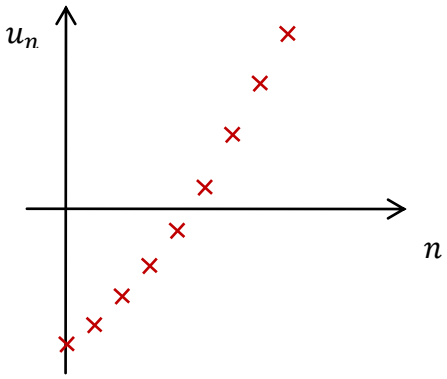
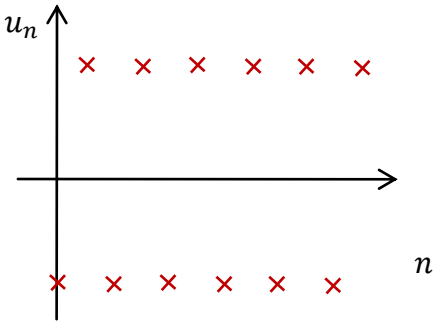
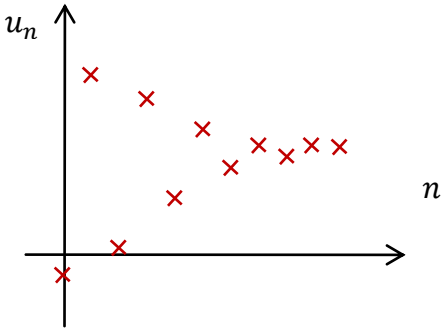
# Savoir SL. 4 : Introduction sur les limites

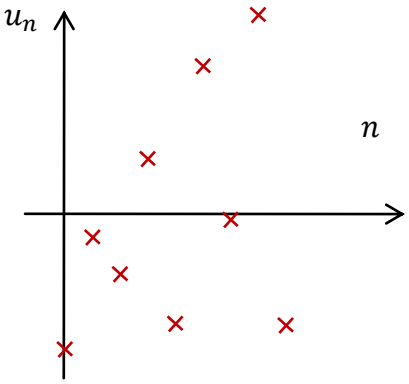


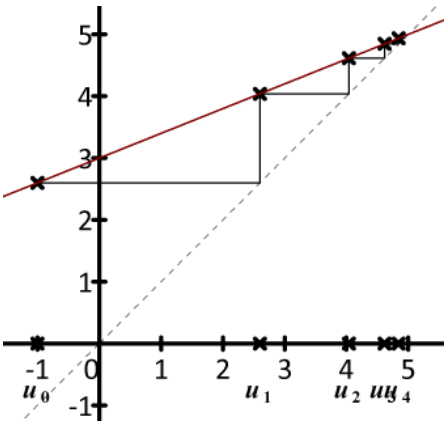



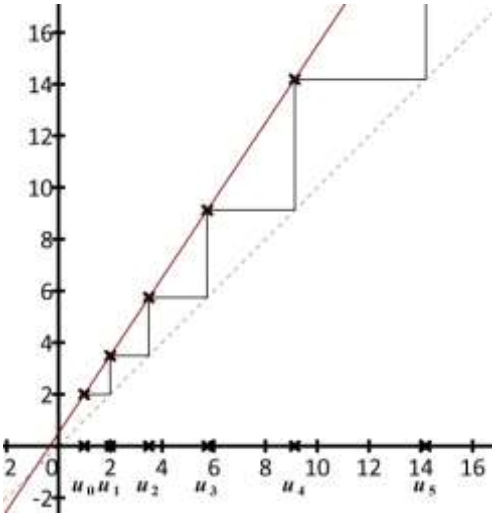



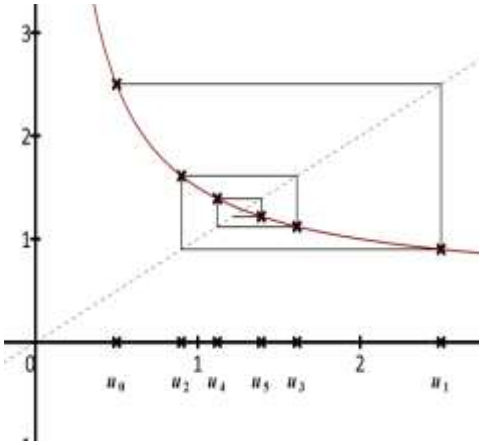



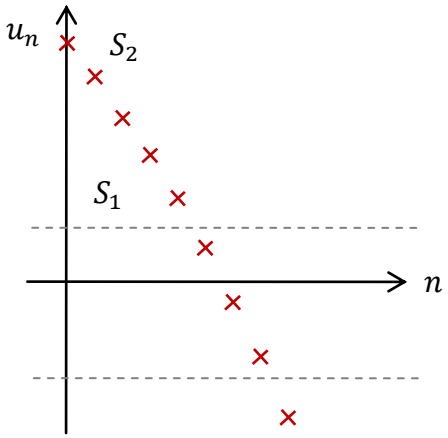



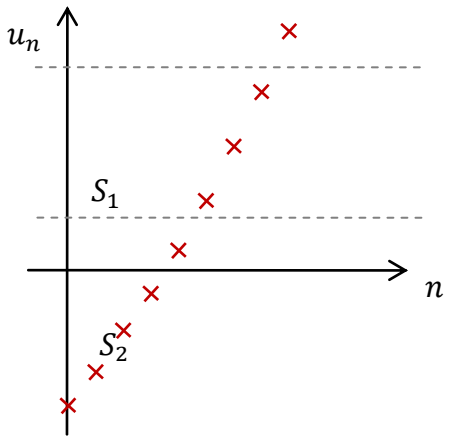



## Limite infinie



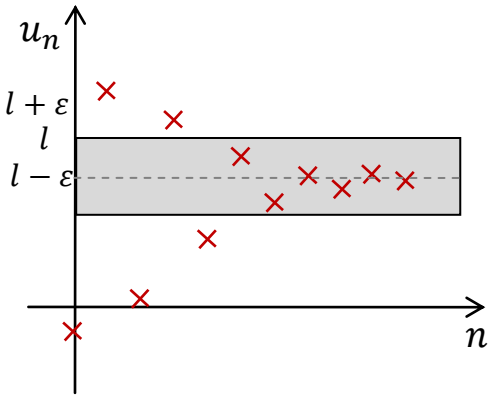

**Définition 1 :** **Si**, pour tout réel $S$, il existe un entier naturel $n_0$ tel que, pour $\boldsymbol{n \geq n_0}$, on a $\boldsymbol{u_n > S}$,
**alors** on dit que $\boldsymbol{u_n}$ **tend vers** $+\infty$ **quand** $\boldsymbol{n}$ **tend vers** $+\infty$
et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

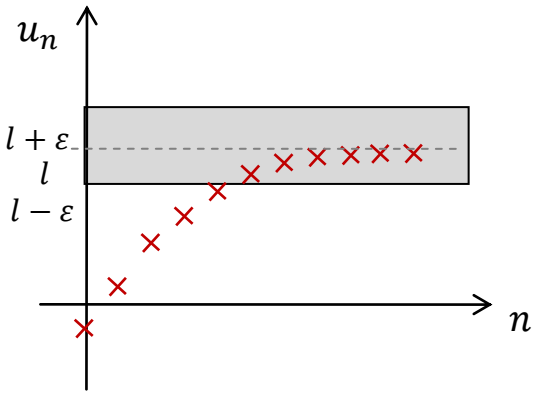
Autre façon de le dire : $(u_n)$ tend vers $+\infty$ si, pour tout réel $S$, il existe un rang $n_0$ à partir duquel **tous les termes $u_n$ appartiennent à l'intervalle** $]S;\ +\infty[$

**Définition 2 :** **Si**, pour tout réel $S$, il existe un entier naturel $n_0$ tel que, pour $\boldsymbol{n \geq n_0}$, on a $\boldsymbol{u_n < S}$,
**alors** on dit que $\boldsymbol{u_n}$ **tend vers** $-\infty$ **quand** $\boldsymbol{n}$ **tend vers** $+\infty$
et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

Autre façon de le dire : $(u_n)$ tend vers $-\infty$ si, pour tout réel $S$, il existe un rang $n_0$ à partir duquel **tous les termes $u_n$ appartiennent à l'intervalle** $]-\infty;\ S[$

## Limite finie




**Définition 3 :** **Si**, pour tout réel positif $\varepsilon$, il existe un entier naturel $n_0$ tel que, pour $\boldsymbol{n \geq n_0}$,
on a $\boldsymbol{l-\varepsilon < u_n < l+\varepsilon}$, **alors** on dit que $\boldsymbol{u_n}$ **tend vers** $\boldsymbol{l}$ **quand** $\boldsymbol{n}$ **tend vers** $+\infty$
et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$

Autre façon de le dire : $(u_n)$ tend vers le réel $l$ si, pour tout intervalle $I$, tel que $l \in I$, il existe un rang $n_0$ à partir duquel **tous les termes $u_n$ appartiennent à l'intervalle $I$**

**Vocabulaire :** On dit que la suite $(u_n)$ **admet une limite** si on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ ou $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ avec $l \in \mathbb{R}$
On dit qu'une suite « **converge** » vers une limite **finie** et « **diverge** » vers une limite **infinie**

## Savoir SL. 4

### Limites usuelles

| Limites infinies | |
|---|---|
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ |
| Pour $k > 0$, | $\lim\limits_{n\to+\infty} n^k = +\infty$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{n} = +\infty$ |
| Pour $q > 1$, | $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n = +\infty$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln(n) = +\infty$ |

| Limites finies | |
|---|---|
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$ |
| Pour $k > 0$, | $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^k} = 0$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ |
| Pour $-1 < q < 1$, | $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ |
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-n} = 0$ |

### Multiples

| | | $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $l$ | $+\infty$ | $-\infty$ |
| $\lim\limits_{n\to+\infty} (ku_n)$ | $k > 0$ | | | |
| | $k < 0$ | | | |

### Sommes

| | | $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ | | |
|---|---|---|---|---|
| | $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n + v_n)$ | $l$ | $+\infty$ | $-\infty$ |
| $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ | $L'$ | | | |
| | $+\infty$ | | | |
| | $-\infty$ | | | |