Savoir Vp.2

Vecteur normal et orthogonalité

• Vecteur normal à un plan

1) $A(1;2;-1)$; $B(2;-2;3)$ et $C(0;-1;2)$

a) Montrer que les points A, B et C forment un plan $\mathcal{P}$

b) Montrer que le vecteur $\vec{u}(0;1;1)$ est normal à ce plan $\mathcal{P}$

c) Déterminer un autre vecteur normal à $\mathcal{P}$

• Orthogonalité droite et plan

2) $D(2;-3;1)$ et $E(4;-2;-2)$. Soit le plan $\mathcal{P}$ de vecteur normal $\vec{n}(-4;-2;6)$.
Montrer que (DE) est orthogonale à $\mathcal{P}$

3) Soit la droite d de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\2\\-2\end{pmatrix}$ et les points $F(0;2;-1), G(3;-3;-6)$ et $H(1;0;-3)$.
On admet que les points F, G et H qui forment un plan. Montrer que d est orthogonale au plan (FGH)

• Orthogonalité ou parallélisme de 2 plans

4) $\mathcal{P}$ de vecteur normal $\vec{n}(-1;2;0)$; Π de vecteur normal $\vec{v}(4;2;0)$ et $\mathcal{R}$ de vecteur normal $\vec{w}\left(-\frac{3}{2};3;0\right)$.

a) Montrer que $\mathcal{P}$ et Π sont perpendiculaires.

b) Quelle est la position relative de $\mathcal{P}$ et de $\mathcal{R}$?

Savoir Vp.2 — Equation cartésienne d'un plan

Démonstration

Soit un plan $\mathcal{P}$ passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$:

$$M \in \mathcal{P} \iff \overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0 \iff \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \iff$$

$$\iff ax + by + cz + d = 0 \quad \text{en posant} \quad d =$$

Exemples :

1) Soit $\mathcal{P}$ le plan passant par $A(3; 2; 1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2; -1; 1)$.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$

b) Les points $B(3; 2; 3)$ et $C(1; 0; 3)$ appartiennent-ils au plan $\mathcal{P}$?

2) Soit $\mathcal{P}'$ le plan d'équation cartésienne : $-x + 2y - z + 1 = 0$

a) Donner un vecteur normal à $\mathcal{P}'$

b) Déterminer un point de $\mathcal{P}'$

c) Donner une équation cartésienne du plan parallèle à $\mathcal{P}'$ et passant par $M(-2; 1; 1)$