Corrections Savoir Ta. 8

Corrigé Exercice 15

1) a) $3x + 4 \leq 16$
$\Leftrightarrow 3x \leq 12$
$\Leftrightarrow x \leq \frac{12}{3}$
$\Leftrightarrow x \leq 4$
$\boldsymbol{S} =]-\infty; \mathbf{4}]$

b) $\frac{1}{2}x - 3 > 0$
$\Leftrightarrow \frac{x}{2} > 3$
$\Leftrightarrow x > 3 \times 2$
$\Leftrightarrow x > 6$
$\boldsymbol{S} =]\mathbf{6};\ +\infty[$

c) $1 - 4x \leq -3$
$\Leftrightarrow -4x \leq -3 - 1$
$\Leftrightarrow -4x \leq -4$
Attention
$\Leftrightarrow x \geq \frac{-4}{-4}$
$\Leftrightarrow x \geq 1$
$\boldsymbol{S} = [\mathbf{1};\ +\infty[$

2) a) $f(x) < 3 \Leftrightarrow 5x - 7 < 3 \Leftrightarrow 5x < 10 \Leftrightarrow x < 2$
$\boldsymbol{S} =]-\infty; \mathbf{2}[$

b) $g(x) \leq -4 \Leftrightarrow -2x - 12 \leq -4 \Leftrightarrow -2x \leq -4 + 12$
$\Leftrightarrow -2x \leq 8 \Leftrightarrow x \geq \frac{8}{-2} \Leftrightarrow x \geq -4 \Rightarrow \boldsymbol{S} = [\mathbf{-4};\ +\infty[$

c) f est positive $\Leftrightarrow f(x) \geq 0 \Leftrightarrow 5x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{7}{5}$
Donc $\boldsymbol{f}$ **est positive sur** $\left[\frac{7}{5};\ +\infty\right[$

d) $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow 5x - 7 \geq -2x - 12 \Leftrightarrow 7x \geq -5$
$\Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{7} \Rightarrow \boldsymbol{S} = \left[-\frac{5}{7};\ +\infty\right[$

e) $g(x) - f(x) > 2 \Leftrightarrow -2x - 12 - (5x - 7) > 2 \Leftrightarrow -2x - 12 - 5x + 7 > 2 \Leftrightarrow -7x > 2 + 5$
$\Leftrightarrow x < \frac{7}{-7} \Leftrightarrow x < -1 \Rightarrow \boldsymbol{S} =]-\infty;\ \mathbf{-1}[$

1) a. $2x + 1 \geq 0$
$\Leftrightarrow 2x \geq -1$
$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$
$\boldsymbol{S} = \left[-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}};\ +\infty\right[$

b. $5 - 2x > 1$
$\Leftrightarrow -2x > 1 - 5$
$\Leftrightarrow -2x > -4$
$\Leftrightarrow x < \frac{-4}{-2}$
$\Leftrightarrow x < 2$
$\boldsymbol{S} =]-\infty; \mathbf{2}[$

2) a) $i(x) \geq -4 \Leftrightarrow 4x \geq -4 \Leftrightarrow x \geq -1$
$\boldsymbol{S} = [\mathbf{-1};\ +\infty[$

b) h est négative $\Leftrightarrow h(x) \leq 0$
$\Leftrightarrow -3 - 4x \leq 0 \Leftrightarrow -4x \leq 3 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4}$
$\boldsymbol{h}$ **est négative sur** $\left[-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}};\ +\infty\right[$

c) $h(x) + i(x) > 0 \Leftrightarrow -3 - 4x + 4x > 0$
$\Leftrightarrow -3 > 0$ ce qui est toujours faux
donc $\boldsymbol{S} = \emptyset$

Corrigé Exercice 16

a) Définie sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$2x-6$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$4-4x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
Produit		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

On cherche la partie où le produit est strictement positif $\Rightarrow$ **S =]1 ; 3[**

b) $\frac{4x}{6-2x} \leq 0$ Définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$4x$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$6-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Quotient		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	||	$-$	

On cherche la partie où le quotient est négatif ou nul
S =]−∞ ; 0]∪]3 ; +∞[(la valeur 3 est interdite)

a) $\frac{2x-3}{10-2x} \geq 0$ Définie sur $\mathbb{R}\backslash\{5\}$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		5		$+\infty$
$2x-3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$10-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Quotient		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	||	$-$	

On cherche la partie où le quotient est positif ou nul
$\boldsymbol{S} = \left[\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}};\ \mathbf{5}\right[$ (la valeur 5 est interdite)

b) $\frac{3x}{x-1} \leq 0$ Définie pour $\mathbb{R}\backslash\{1\}$,

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$3x$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Q		$+$	0	$-$	||	$+$	

S = [0 ; 1[

c) $-5x(2x+5) < 0$ Définie sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		0		$+\infty$
$-5x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$2x+5$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Produit		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

On cherche la partie où le produit est strictement négatif $\Rightarrow$ $S = \left]-\infty\,;\,-\frac{5}{2}\right[\cup \left]\mathbf{0}\,;\,+\infty\right[$

d) $\dfrac{(2-2x)(x+3)}{(x-1)} \leq 0$ Définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$2-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Quotient		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	||	$-$	

On cherche le quotient négatif ou nul
S = [−3 ; 1[∪]1 ; +∞[*(la valeur 1 est interdite)*

e) $-2x(x-2)(8-2x)^2 > 0$ Définie sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$-2x$		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$(8-2x)^2$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$+$	
Produit		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$-$	

On cherche le produit strictement positif $\Rightarrow$ **S =]0 ; 2[**

c) $(1-2x)(4+x)^2 > 0$ Définie sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-4		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(4+x)^2$		$+$	0	$+$	|	$+$	
$(1-2x)(4+x)^2$		$+$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

$S =]-\infty\,;\,-\mathbf{4}[\cup \left]-\mathbf{4}\,;\,\frac{1}{2}\right[$

d) $\dfrac{5(2x+1)(5-3x)}{-3(1-x)^2} \geq 0$ Définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$5-3x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
-3		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$(1-x)^2$		$+$	|	$+$	0	$+$	|	$+$	
Quotient		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	||	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	

On cherche le quotient positif ou nul
$\Rightarrow$ $S = \left]-\infty\,;\,-\frac{1}{2}\right] \cup \left]\frac{5}{3}\,;\,+\infty\right[$

Corrigé Exercice 17

1)a) $f(x) = 4x^2 - 9 = \mathbf{(2x+3)(2x-3)}$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$2x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	

$f(x) \geq 0$ $\Rightarrow$ $S = \left]-\infty\,;\,-\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$

b) $g(x) = 5x^2 - 10x = \mathbf{5x(x-2)}$
$g(x) = 0 \Leftrightarrow 5x(x-2) = 0$ *Un produit est nul …*
Soit $5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$; Soit $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ $\Rightarrow$ **S = {0 ; 2}**

c) $h(x) = (2x-1)(2-x) - 3(2-x)^2 = (2-x)\big((2x-1) - 3(2-x)\big)$
$= (2-x)(2x-1-6+3x) = \mathbf{(2-x)(5x-7)}$

x	$-\infty$		$\frac{7}{5}$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$5x-7$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$h(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

a) $k(x) = \dfrac{3x - 9x^2}{2-x} = \dfrac{3x(1-3x)}{2-x}$

b) k est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$

c) $k(x) \geq 0$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
$3x$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$1-3x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$2-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$k(x)$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	||	$+$	

$S = \left[\mathbf{0}\,;\,\frac{1}{3}\right] \cup \left]\mathbf{2}\,;\,+\infty\right[$

2) a) $k(x) = \dfrac{9x^2 - 6x + 1}{4x^2 - x} = \dfrac{(3x-1)^2}{x(4x-1)}$

b) La fonction k est définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{0\,;\frac{1}{4}\right\}$

c)

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$(3x-1)^2$		+	|	+	|	+	0	+	
x		−	0	+	|	+	|	+	
$4x-1$		−	|	−	0	+	|	+	
$k(x)$		**+**	‖	**−**	‖	**+**	**0**	**+**	

$$S = \left]0\,;\frac{1}{4}\right[$$

Corrigé Exercice 18

a) f est définie sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
et g est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-3\,;0\}$

b) $f(x) = \dfrac{3x-6}{x} = \dfrac{3(x-2)}{x}$

et $g(x) = \dfrac{2(x+3)+x}{x(x+3)} = \dfrac{3x+6}{x(x+3)}$

c)

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x-6$		−	|	−	0	+	
x		−	0	+	|	+	
$f(x)$		+	**0**	−	**0**	+	

$f(x) < 0 \quad \Rightarrow$ **S =]0 ; 2[**

c)

x	$-\infty$		-3		-2		0		$+\infty$
$3x+6$		−	|	−	0	+	|	+	
x		−	|	−	|	−	0	+	
$x+3$		−	0	+	|	+	|	+	
$g(x)$		**−**	‖	**+**	**0**	**−**	‖	**+**	

$g(x) \geq 0 \;\Rightarrow$ **S =]−3 ; −2] ∪]0 ; +∞[**

a) La fonction h est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\,;3\}$

b) $h(x) = \dfrac{2}{x+2} + \dfrac{3}{x-3} = \dfrac{2(x-3)+3(x+2)}{(x+2)(x-3)}$

$h(x) = \dfrac{5x}{(x+2)(x-3)}$

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$5x$		−	|	−	0	+	|	+	
$x+2$		−	0	+	|	+	|	+	
$x-3$		−	|	−	|	−	0	+	
$h(x)$		**−**	‖	**+**	**0**	**−**	‖	**+**	

$h(x) < 0 \quad \Rightarrow$ **S =]−∞ ; −2[∪]0 ; 3[**

Corrigé Exercice 19

a) $x^2 + 1 < 2x \;\Leftrightarrow\; x^2 - 2x + 1 < 0 \quad\Leftrightarrow\; (x-1)^2 < 0$

Or un carré est toujours positif

$\Rightarrow \quad$ **S = ∅**

b) définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$\dfrac{1}{x+2} \geq -3 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{x+2} + 3 \geq 0 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1+3(x+2)}{x+2} \geq 0$

$\Leftrightarrow\; \dfrac{3x+7}{x+2} \geq 0$

x	$-\infty$		$-\frac{7}{3}$		-2		$+\infty$
$3x+7$		−	0	+	|	+	
$x+2$		−	|	−	0	+	
quotient		**+**	**0**	**−**	‖	**+**	

$$\Rightarrow\; S = \left]-\infty\,;-\frac{7}{3}\right] \cup \left]-2\,;+\infty\right[$$

a) $x^3 + 2x < 0 \;\Leftrightarrow\; x(x^2+2) < 0$

Or $x^2 + 2 > 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		−	0	+	
x^2+2		+	|	+	
produit		**−**	**0**	**+**	

⇒ S =]−∞ ; 0[

b) définie sur $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$\dfrac{1}{x} < 4x \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1}{x} - 4x < 0 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{1-4x^2}{x} < 0$

$\Leftrightarrow\; \dfrac{(1+2x)(1-2x)}{x} < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1+2x$		−	0	+	|	+	|	+	
$1-2x$		+	|	+	|	+	0	−	
x		−	|	−	0	+	|	+	
quotient		**+**	**0**	**−**	‖	**+**	**0**	**−**	

$$\Rightarrow\; S = \left]-\frac{1}{2}\,;\,0\right[\cup \left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$$

c) $(2x-1)^2 > (1-3x)^2$

$(2x-1)^2 - (1-3x)^2 > 0$

$\Leftrightarrow \quad (2x-1+1-3x)(2x-1-1+3x) > 0$

$\Leftrightarrow -x(5x-2) > 0$

x	$-\infty$		0		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$5x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
produit		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

$\boldsymbol{S = \left]0\,;\frac{2}{5}\right[}$

d) définie pour $\mathbb{R}\backslash\{0\,;1\}$

$\Leftrightarrow \frac{3x+6}{3x} - \frac{x+2}{x-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{(3x+6)(x-1)-3x(x+2)}{3x(x-1)} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{-3x-6}{3x(x-1)} < 0$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$-3x-6$		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	
$3x$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
Q		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	||	$+$	||	$-$	

S =]−2 ; 0[∪]1 ; +∞[

c) $(2-x)(3x+6) \leq (3x+6)$

$\Leftrightarrow (2-x)(3x+6) - (3x+6) \leq 0$

$\Leftrightarrow (3x+6)(2-x-1) \leq 0$

$\Leftrightarrow (3x+6)(-x+1) \leq 0$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$3x+6$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x+1$		$+$	|	$+$	0	$-$	
produit		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

S =]−∞ ; −2] ∪ [1 ; +∞ [

d) définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$

$\frac{2(x+1)}{(1-x)^2} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2(x+1)-2(1-x)^2}{(1-x^2)} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\frac{-2x^2+6x}{(1-x)^2} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x(-x+3)}{(1-x)^2} \geq 0$

Attention, un carré est toujours positif

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$2x$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$-x+3$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$(1-x)^2$		$+$	|	$+$	0	$+$	|	$+$	
Q		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	||	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

S = [0 ; 1[∪]1 ; 3]

Corrigé Exercice 20

1)

a) $f(x)$

$= (3x+1)^2 - 2(3x-1)(3x+1)$

$f(x) = (9x^2+6x+1) - 2(9x^2-1)$

$f(x) = 9x^2+6x+1-18x^2+2$

$f(x) = \mathbf{-9x^2+6x+3}$

b) $4-(3x-1)^2$

$= 4-(9x^2-6x+1)$

$= 4-9x^2+6x-1$

$= -9x^2+6x+3$

On a bien $\mathbf{f(x) = 4-(3x-1)^2}$

c) $3(3x+1)(1-x)$

$= 3(-3x^2+2x+1)$

$= -9x^2+6x+3$

On a bien $\mathbf{f(x) = 3(3x+1)(1-x)}$

2)

a) $f(x) = 0$

Forme factorisée

$\Leftrightarrow 3(3x+1)(1-x) = 0$

Un produit est nul si un facteur est nul

$\Leftrightarrow 3x+1 = 0$ *ou* $1-x = 0$

$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ ou $x = 1$

$$S = \left\{-\frac{1}{3}\,;\,1\right\}$$

b) *Forme réduite*

$\mathbf{f(0) = 3}$

c) *Forme factorisée*

$f(1) = 3\times(3+1)\times 0$

$\mathbf{f(1) = 0}$

d) $f(x) = 4$

Forme canonique

$\Leftrightarrow 4-(3x-1)^2 = 4$

$\Leftrightarrow -(3x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow 3x-1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

$$S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

e) antécédents de 3 par f

$\Leftrightarrow$ Résoudre $f(x) = 3$

Forme réduite

$\Leftrightarrow -9x^2+6x+3 = 3$

$\Leftrightarrow -9x^2+6x = 0$ *On factorise* $\Leftrightarrow 3x(-3x+2) = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 0$ *ou* $-3x+2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ *ou* $x = \frac{-2}{-3}$

$$S = \left\{0\,;\frac{2}{3}\right\}$$

e) $f(x) < -12$ *Forme canonique*

$4-(3x-1)^2 < -12 \iff 16-(3x-1)^2 < 0 \iff (4+3x-1)(4-3x+1) < 0 \iff \mathbf{(3x+3)(5-3x)} < 0$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x+3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$5-3x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
produit		$-$	**0**	$+$	**0**	$-$	

$\Rightarrow \boldsymbol{S} = \left]-\infty\,;\,-1\right[\cup \left]\frac{5}{3};\,+\infty\right[$

Corrigé Exercice 21

a) $f(x) < g(x)$

$\cancel{2x^2} -3x+1 < \cancel{2x^2} + x - 5$

$-3x - x < -5 - 1$

$-4x < -6$

$x > \frac{-6}{-4} \Rightarrow x > \frac{3}{2}$

$\boldsymbol{S} = \left]\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$

b) *f est en dessous de h quand $f(x) < h(x)$*

i.e. quand $f(x) - h(x) < 0$

$2x^2 - 3x + 1 - (1 - 8x) < 0$

$2x^2 - 3x + 1 - 1 + 8x < 0$

$2x^2 + 5x < 0$

$x(2x+5) < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
produit		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	

***f* est en dessous de *h* quand**

$\boldsymbol{x} \in \left]-\frac{5}{2}\,;\mathbf{0}\right[$

c) $h(x) - k(x)$

$= 1 - 8x - (x - 8)$

$= 9 - 9x$

On étudie le signe

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$9-9x$		$+$	0	$-$	
$h(x)-k(x)$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	

Quand $x \in$ **]–∞; 1[**, *la courbe de h est* ***au dessus*** *de la courbe de k*

Quand $x \in$ **]1; +∞[**, *la courbe de h est* ***en dessous*** *de celle de k*

$g(x) - k(x)$

$= 2x^2 + x - 5 - (x - 8)$

$= 2x^2 + x - 5 - x + 8$

$= 2x^2 + 3$

Or un carré est toujours positif, et si on ajoute un nombre positif, cela reste positif

$x^2 > 0 \Rightarrow 2x^2 > 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 3 > 3 > 0$

Donc pour tout x réel, on a toujours

$g(x) - k(x) > 0$

La courbe de g est toujours au dessus de celle de k

Corrigé Exercice 23

1. Valeur interdite : $6 - x = 0 \iff x = 6 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}\backslash\{6\}$

2. a) pour $x \in D_f$, on a : $f(x) = 3 - \dfrac{x-2}{6-x} = \dfrac{3(6-x)-(x-2)}{6-x} = \dfrac{18-3x-x+2}{6-x} = \dfrac{-4x+20}{6-x}$

b) $f(x) = 0 \iff \dfrac{-4x+20}{6-x} = 0 \Rightarrow -4x+20 = 0 \iff x = 5 \Rightarrow$ **S = {5}**

3. a)

x	$-\infty$		5		6		$+\infty$
$-4x+20$		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$6-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\mathbf{+}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-}$	$\Vert$	$\mathbf{+}$	

b) $f(x) \geq 0 \Rightarrow$ **S =]–∞ ; 5] ∪]6 ; +∞[**

4. a) Fonction affine de coefficient directeur $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{1}{4}$ et d'ordonnée à l'origine $b = 1$

b) $f(x) \leq g(x) \Rightarrow$ **S = [4 ; 6[∪[14 ; 15[**

c) $f(x) \leq g(x) \iff \dfrac{-4x+20}{6-x} \leq \dfrac{x}{4} + 1 \iff \dfrac{-4x+20}{6-x} - \dfrac{x}{4} - 1 \leq 0$

$\iff \dfrac{4(-4x+20) - x(6-x) - 1\times 4(6-x)}{4(6-x)} \leq 0 \iff \dfrac{-16x+80-6x+x^2-24+4x}{4(6-x)} \leq 0 \iff \dfrac{x^2-18x+56}{4(6-x)} \leq 0$

En s'aidant du résultat graphique, on montre que $x^2 - 18x + 56 = (x-4)(x-14)$

En effet : $(x-4)(x-14) = x^2 - 4x - 14x + 56 = x^2 - 18x + 56$

Donc $f(x) \leq g(x) \iff \dfrac{(x-4)(x-14)}{4(6-x)} \leq 0$

x	$-\infty$		4		6		14		$+\infty$
$x-4$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x-14$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$6-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
Q		$\mathbf{+}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-}$	||	$\mathbf{+}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-}$	

On a S = **[4 ; 6[∪[14 ; +∞[**