Corrections Savoir Sd. 1

Corrigé Exercice 0

1ère étape :

	a	b	c
$3x^2-5x+1=0$	3	-5	1
$0{,}5x^2-x+1{,}2=0$	$0{,}5$	-1	$1{,}2$
$x^2-7=0$	1	0	-7
$\frac{x^2}{2}+x-\frac{3}{2}=0$	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{3}{2}$

	a	b	c
$2x^2-4x=0$	2	-4	0
$4x^2+x-\frac{3}{2}=0$	4	1	$-\frac{3}{2}$
$-3x^2+4=0$	-3	0	4
$x^2-3x\mathbf{-5=0}$	1	-3	-5

2ème étape

a) On a $a=3; b=-5$ et $c=1$
$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times3\times1$
$=25-12=\mathbf{13}$

b) On a $a=\frac{1}{4}$; $b=1$ et $c=-3$
$\Delta=(1)^2-4\times\frac{1}{4}\times(-3)$
$=1+3=\mathbf{4}$

c) On a $a=3; b=0$ et $c=-6$
$\Delta=0^2-4\times3\times(-6)$
$=0+72=\mathbf{72}$

e) On a $a=1; b=-5$ et $c=0$
$\Delta=(-5)^2-4\times1\times0$
$=25-0=\mathbf{25}$

g) On a $a=9; b=-12$ et $c=4$
$\Delta=(-12)^2-4\times9\times4$
$=144-144=\mathbf{0}$

h) Attention, il faut mettre dans l'ordre $\Leftrightarrow -2x^2+x+3=0$
On a $a=-2; b=1$ et $c=3$
$\Delta=1^2-4\times(-2)\times3$
$=1+24=\mathbf{25}$

3ème étape

a) $a=1$; $b=4$ et $c=-5$ et $\sqrt{\Delta}=\sqrt{36}=6$ On a $\Delta>0$ donc deux solutions :
$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+6}{2\times1}=\frac{2}{2}=1$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-6}{2\times1}=\frac{-10}{2}=-5$ $\Rightarrow$ $S=\{\mathbf{-5};\mathbf{1}\}$

b) Attention à l'ordre : $6x^2-5x+1=0$
$a=6$; $b=-5$ et $c=1$ et $\sqrt{\Delta}=\sqrt{1}=1$ On a $\Delta>0$ donc deux solutions :
$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-5)+1}{2\times6}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5-1}{2\times6}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{S}=\left\{\mathbf{\frac{1}{3}};\mathbf{\frac{1}{2}}\right\}$

c) $2x^2+2x-1=0$ et $\Delta=12$
$a=2$; $b=2$ et $c=-1$ et $\sqrt{\Delta}=\sqrt{12}$ On a $\Delta>0$ donc deux solutions :
$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+\sqrt{12}}{2\times2}=\frac{-2+2\sqrt{3}}{4}=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{S}=\left\{\mathbf{\frac{-1+\sqrt{3}}{2}};\mathbf{\frac{-1-\sqrt{3}}{2}}\right\}$

d) $\Delta<0$ donc il n'y a pas de solutions $\Rightarrow$ $S=\emptyset$

e) $a=\frac{1}{2}; b=-2$ et $c=2$ et $\Delta=0$ donc une seule solution : $x_0=\frac{-(-2)}{2\times\frac{1}{2}}=\frac{2}{1}=2$ $\Rightarrow$ $S=\{\mathbf{2}\}$

f) $a=\frac{3}{4}$; $b=3$ et $c=-9$ et $\sqrt{\Delta}=\sqrt{36}=6$ on a $\Delta>0$ donc deux solutions :
$x_1=\frac{-3+6}{2\times\frac{3}{4}}=\frac{3}{\frac{3}{2}}=3\times\frac{2}{3}=2$ et $x_2=\frac{-3-6}{\frac{3}{2}}=-9\times\frac{2}{3}=-6$ $\Rightarrow$ $S=\{\mathbf{-6};\mathbf{2}\}$

Corrigé Exercice 1

a) $2x^2+4x-30=0 \Rightarrow$ On a $a=2; b=4$ et $c=-30$

donc $\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times 2\times(-30)=\mathbf{256}$ et $\sqrt{256}=16$ $\quad\Delta>0$ donc deux solutions :

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+16}{2\times 2}=\frac{12}{4}=3$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-16}{2\times 2}=\frac{-20}{4}=-5$ $\quad\Rightarrow\quad S=\{\mathbf{-5};\mathbf{3}\}$

b) $n^2-4n+4=0 \Rightarrow$ On a $a=1; b=-4$ et $c=4$ donc $\Delta=(-4)^2-4\times 1\times 4=\mathbf{0}$

$\Delta=0$ donc une seule solution : $n_0=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \Rightarrow S=\{\mathbf{2}\}$

c) Ramener à zéro $\Leftrightarrow -x^2+2x+3=0 \Rightarrow$ On a $a=-1; b=2$ et $c=3$

donc $\Delta=2^2-4\times(-1)\times 3=\mathbf{16}$ et $\sqrt{16}=4$ $\quad\Delta>0$ donc deux solutions :

$x_1=\frac{-2+4}{2\times(-1)}=\frac{2}{-2}=-1$ et $x_2=\frac{-2-4}{2\times(-1)}=\frac{-6}{-2}=3$ $\quad\Rightarrow\quad S=\{\mathbf{-1};\mathbf{3}\}$

d) Attention à l'ordre $4x^2-2x+3=0 \Rightarrow$ On a $a=4\,; b=-2$ et $c=3$

donc $\Delta=(-2)^2-4\times 4\times 3=\mathbf{-44}$ donc $\Delta<0$ il n'y a pas de solutions $\Rightarrow\quad S=\emptyset$

e) Ramener à zéro $x^2=10x \Leftrightarrow x^2-10x=0$

ATTENTION : N'allez pas trop vite au delta… parfois, quand il n'y a que 2 termes, ces équations se résolvent plus vite en factorisant !

$x^2-10x=0 \Leftrightarrow x(x-10)=0$

équation produit nul : soit $x=0$ soit $x=10=0$

$\Leftrightarrow x=10$

$\Rightarrow\quad S=\{\mathbf{0};\mathbf{10}\}$

> Méthode classique (plus longue)
>
> On a $a=1\,; b=-10$ et $c=0$
>
> avec $\Delta=(-10)^2-4\times 1\times 0=\mathbf{100}$
>
> on a $\Delta>0$ deux solutions :
>
> $x_1=\frac{10+10}{2}=10$ et $x_2=\frac{10-10}{2}=0$

f) $-x^2-3x+1=0$ avec $\Delta=(-3)^2-4\times(-1)\times 1=\mathbf{13}$ on a $\Delta>0$ deux solutions :

$x_1=\frac{3+\sqrt{13}}{-2}=\frac{-3-\sqrt{13}}{2}$ et $x_2=\frac{3-\sqrt{13}}{-2}=\frac{-3+\sqrt{13}}{2}$ $\quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{S}=\left\{\frac{\mathbf{-3-\sqrt{13}}}{\mathbf{2}};\frac{\mathbf{-3+\sqrt{13}}}{\mathbf{2}}\right\}$

g) $4y^2-24=0 \Leftrightarrow y^2=\frac{24}{4}=6$

Résolution classique d'une équation $y^2=a$

Soit $y=\sqrt{6}$ soit $y=-\sqrt{6}$

$\Rightarrow\quad \boldsymbol{S}=\{\mathbf{-\sqrt{6}};\mathbf{\sqrt{6}}\}$

(Avouez que c'est plus rapide)

> Méthode classique
>
> On a $a=4\,; b=0$ et $c=-24$
>
> avec $\Delta=0^2-4\times 4\times(-24)=\mathbf{384}$
>
> on a $\Delta>0$ deux solutions :
>
> $y_1=\frac{0+\sqrt{384}}{8}=\frac{\sqrt{64\times 6}}{8}=\frac{8\sqrt{6}}{8}=\sqrt{6}$ et $y_2=-\sqrt{6}$

h) $5x=3x^2+4 \Leftrightarrow -3x^2+5x-4=0$

$\Delta=5^2-4\times(-3)\times(-4)=\mathbf{-23}$ $\quad\Delta<0$ donc il n'y a pas de solutions $\Rightarrow\quad S=\emptyset$

---

a) $-\frac{x^2}{2}+x+5=0 \Rightarrow$ On a $a=-\frac{1}{2}; b=1$ et $c=5$ donc $\Delta=1^2-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times 5=1+\frac{20}{2}=\mathbf{11}$

deux solutions : $x_1=\frac{-1+\sqrt{11}}{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{-1+\sqrt{11}}{-1}=1-\sqrt{11}$ et $x_2=1+\sqrt{11}$ $\quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{S}=\{\mathbf{1-\sqrt{11}};\mathbf{1+\sqrt{11}}\}$

b) $t^2+\frac{5}{3}t-4=0 \Rightarrow$ On a $a=1\,; b=\frac{5}{3}$ et $c=-4$ donc $\Delta=\left(\frac{5}{3}\right)^2-4\times 1\times(-4)=\frac{25}{9}+16=\frac{169}{9}$ deux solutions : $t_1=\frac{-\frac{5}{3}+\sqrt{\frac{169}{9}}}{2}=\left(-\frac{5}{3}+\frac{13}{3}\right)\div 2=\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{3}$ et $t_2=\left(-\frac{5}{3}-\frac{13}{3}\right)\div 2=-\frac{18}{3}\times\frac{1}{2}=-3$

$\Rightarrow\quad \boldsymbol{S}=\left\{\mathbf{-3};\mathbf{\frac{4}{3}}\right\}$

c) $\Leftrightarrow \frac{4x^2}{3} - 4x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow$ On a $a = \frac{4}{3}$; $b = -4$ et $c = \frac{9}{4}$ donc $\Delta = (-4)^2 - 4 \times \frac{4}{3} \times \frac{9}{4} = 16 - 12 = 4$ et deux solutions : $x_1 = \frac{4+2}{2\times\frac{4}{3}} = 6 \div \frac{8}{3} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$ et $x_2 = \frac{4-2}{2\times\frac{4}{3}} = 2 \div \frac{8}{3} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{S = \left\{\frac{3}{4}; \frac{9}{4}\right\}}$

Corrigé Exercice 2

a) $2x(2x^2 - x - 15) = 0$

Soit $2x = 0$ Soit $2x^2 - x - 15 = 0$ avec $\Delta = 121$

$x = 0$ $x_1 = \frac{1+11}{4} = 3$ ou $x_2 = \frac{1-11}{4} = -\frac{5}{2}$

$$\boldsymbol{S = \left\{-\frac{5}{2}; 0; 3\right\}}$$

c) $(x^2 - x)(x^2 + x + 2) = 0$

Soit $x^2 - x = 0$ Soit $x^2 + x + 2 = 0$ avec $\Delta = -7$

$x(x-1) = 0$ pas de solution

$x = 0$ ou $x = 1$

$$\boldsymbol{S = \{0; 1\}}$$

b) $\dfrac{x^2 - x - 1}{x^2 - 3x - 2} = 0$

Valeur interdite :

$x^2 - 3x + 2 = 0$ avec $\Delta = 1$

$x_1 = \frac{3+1}{2} = 2$ et $x_2 = \frac{3-1}{2} = 1$

La fraction est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1; 2\}$

Solutions : $x^2 - x - 1 = 0$ avec $\Delta = 5$

$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ou $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$$S = \left\{\frac{\mathbf{1-\sqrt{5}}}{\mathbf{2}}; \frac{\mathbf{1+\sqrt{5}}}{\mathbf{2}}\right\}$$

d) $\dfrac{2n^2 + 4n - 6}{1 - n} = 0$

Valeur interdite : $1 - n = 0 \Leftrightarrow n = 1$

La fraction est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$

Solutions : $2n^2 + 4n - 6 = 0$ avec $\Delta = 64$

$n_1 = \frac{-4+8}{4} = 1$ (qui est valeur interdite)

ou $n_2 = \frac{-4-8}{4} = -3$

$$S = \{\mathbf{-3}\}$$

Corrigé Exercice 3

a. $P(4) = -2 \times 4^3 + 7 \times 4^2 + 7 \times 4 - 12 = -2 \times 64 + 7 \times 16 + 28 - 12 = 0$

On a $P(4) = 0$ donc 4 est bien une racine du polynôme P

b. $(x-4)(-2x^2 - x + 3) = -2x^3 - x^2 + 3x + 8x^2 + 4x - 12 = -2x^3 + 7x^2 + 7x - 12 = \boldsymbol{P(x)}$ **CQFD**

c. $P(x) = 0 \Leftrightarrow (x-4)(-2x^2 - x + 3) = 0 \Leftrightarrow$ $x - 4 = 0$ *ou* $-2x^2 - x + 3$

$x = 4$ *ou* $\Delta = 25$ *avec* $x_1 = \frac{1+5}{-4} = -\frac{3}{2}$ *et* $x_2 = \frac{1-5}{-4} = 1$

Donc $\boldsymbol{S = \left\{-\frac{3}{2}; 1; 4\right\}}$

a. $R(1) = 2 \times 1 - 5 \times 1 + 4 \times 1 - 1 = 2 - 5 + 4 - 0$ **Donc 1 est bien une racine de R**

b. On a : $(x-1)S(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c$

$= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$

Or $R(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$ donc on peut identifier les coefficients de chaque terme :

$\begin{cases} a = 2 \\ b - a = -5 \\ c - b = 4 \\ -c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b - 2 = -5 \\ 1 - b = 4 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ -3 = b \\ c = 1 \end{cases}$ le système a bien une solution et $\boldsymbol{S(x) = 2x^2 - 3x + 1}$

c. $R(x) = (x-1)(2x^2 - 3x + 1) = 0 \Leftrightarrow$ $x - 1 = 0$ *ou* $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$x = 1$ *ou* $\Delta = 1$ *donc* $x_1 = \frac{3+1}{4} = 1$ *et* $x_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

Donc $S = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$

Corrigé Exercice 4

a. $x^2(x^2-2)=3 \;\Leftrightarrow\; Y(Y-2)=3 \;\Leftrightarrow\; Y^2-2Y=3 \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{Y^2-2Y-3=0}$ **CQFD**

b. $Y^2-2Y-3=0$ On a $\Delta=16$ donc $Y_1=\frac{-(-2)+\sqrt{16}}{2}=\frac{2+4}{2}=\mathbf{3}$ et $Y_2=\frac{2-4}{2}=\mathbf{-1}$

c. $Y_1=x^2 \;\Leftrightarrow\; x^2=3 \;\Leftrightarrow\; x=-\sqrt{3}\ ou\ x=\sqrt{3}$ et $Y_2=x^2 \;\Leftrightarrow\; x^2=-1$ n'a pas de solution
Donc $\boldsymbol{S}=\{-\sqrt{\mathbf{3}};\ \sqrt{\mathbf{3}}\}$

On pose $Y=x^2$ Alors on a : $2x^4=8x^2+10 \;\Leftrightarrow\; 2Y^2=8Y+10 \;\Leftrightarrow\; 2Y^2-8Y-10=0$

$$\Delta=144 \;\Rightarrow\; \begin{cases} Y_1=\frac{8+12}{4}=5 \;\Leftrightarrow\; x^2=5 \;\Leftrightarrow\; x=\sqrt{5}\ ou\ x=-\sqrt{5} \\ Y_2=\frac{8-12}{4}=-1 \;\Leftrightarrow\; x^2=-1 \quad \text{pas de solutions} \end{cases}$$

Donc $\boldsymbol{S}=\{-\sqrt{\mathbf{5}}\,;\ \sqrt{\mathbf{5}}\}$

Corrigé Exercice 5

1) $m+2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -2 \Rightarrow$ **pour $\boldsymbol{m}\neq\mathbf{-2}$**, P est un polynôme du second degré.

2) $\Delta=(2m)^2-4\times(m+2)\times(m-1)=4m^2-4(m^2+m-2)=\boldsymbol{-4m+8}$

3) a. $\Delta<0 \;\Leftrightarrow\; -4m+8<0 \;\Leftrightarrow\; 4m>8 \;\Leftrightarrow\; m>2$

$\Rightarrow$ **Donc $\boldsymbol{P}$ n'a pas de racine pour $\boldsymbol{m}\in\,]\mathbf{2}\,;\,+\infty[$**

b. $\Delta=0 \;\Leftrightarrow\; -4m-8=0 \;\Leftrightarrow\; m=2$

$\Rightarrow$ P n'a qu'une seule racine pour $m=2$, on a $x_0=\frac{-2m}{2(m+2)}=\frac{-2\times2}{2\times4}=-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

Quand $\boldsymbol{m}=\mathbf{2}$, $\boldsymbol{P}$ a pour unique racine $-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

c. $\Delta>0 \;\Leftrightarrow\; m<2$

C'est-à-dire pour $m<2$, le polynôme P deux racines : $x_1=\frac{-2m+\sqrt{-4m+8}}{2(m+2)}$ et $x_2=\frac{-2m-\sqrt{-4m+8}}{2(m+2)}$

d. Pour $m=0$, on a : $x_1=\frac{0+\sqrt{8}}{2\times2}=\frac{\sqrt{8}}{4}=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}$ et $x_2=-\frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}$

1) $m=1 \Rightarrow (E_1)\quad x^2-1=0 \Rightarrow \boldsymbol{S}=\{\mathbf{-1}\,;\ \mathbf{1}\}$
$m=5 \Rightarrow (E_5)\quad x^2+4x-45=0$ on a $\Delta=196$ et $\boldsymbol{S}=\{\mathbf{-9}\,;\ \mathbf{5}\}$

2) pour $x=4$ on a $4^2+(m-1)\times4-m(2m-1)=0 \Leftrightarrow -2m^2+5m+12=0$
on a $\Delta=121 \quad\Rightarrow\quad \boldsymbol{m_1}=-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ et $\boldsymbol{m_2}=\mathbf{4}$

3) $\Delta=(m-1)^2-4\times(-m)\times(2m-1)=9m^2-6m+1$
(E_m) admet une solution unique pour $\Delta=0 \Leftrightarrow 9m^2-6m+1=0 \Rightarrow \Delta=0\ et\ m_0=\frac{-(-6)}{2\times9}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$
Pour $\boldsymbol{m}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ l'équation $(\boldsymbol{E_m})$ admet une unique solution