

Corrigé Exercice 4

1)

$$F_3(x) = \frac{1}{3}e^{3x-2} \quad \left| \quad G_3(x) = x - 2e^{-x} \quad \right| \quad H_3(t) = \ln(4t - 1) \quad \left| \quad \Phi_3(x) = x - \frac{4x^2}{2} - \frac{1}{\frac{1}{2}}e^{\frac{x}{2}} = x - 2x^2 - 2e^{\frac{x}{2}} \right.$$

$$I_3(x) = 3 \ln(x + 2) \quad \left| \quad J_3(t) = -\frac{2}{3} \ln(1 - 3t) \quad \right| \quad K_3(x) = \frac{2}{4}e^{4x} = \frac{1}{2}e^{4x} \quad \left| \quad \Theta_3(x) = -6 \ln(1 - x) \right.$$

$$L_3(x) = 3 \times \frac{1}{\frac{1}{2}}e^{\frac{1}{2}x+3} = 6e^{\frac{1}{2}x+3} \quad \left| \quad M_3(x) = -\frac{1}{3} \ln(2 + 3x) \quad \right| \quad N_3(\theta) = 2\theta^2 - \frac{5}{2} \ln(2\theta - 2) \quad \left| \quad \Psi_3(x) = e^x + e^{-x} \right.$$

$$p_1(x) = \frac{2x+4-4}{x+2} = 2 - \frac{4}{x+2} \Rightarrow P_1(x) = 2x - 4 \ln(x + 2)$$

$$2) f_1(x) = \frac{1}{2}(2x)e^{x^2+1} \Rightarrow \text{cas } u'e^u \text{ avec } u = x^2 + 1 \text{ et } u' = 2x \Rightarrow F_1(x) = \frac{1}{2}e^{x^2+1}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{3}(3x^2)e^{x^3} \Rightarrow \text{cas } u'e^u \text{ avec } u = x^3 \text{ et } u' = 3x^2 \Rightarrow G_1(x) = \frac{1}{3}e^{x^3}$$

$$h_1(\theta) = 2(2\theta)e^{\theta^2-1} \Rightarrow \text{cas } u'e^u \text{ avec } u = \theta^2 + 1 \text{ et } u' = 2\theta \Rightarrow H_1(\theta) = 2e^{\theta^2-1}$$

$$i_1(x) = \frac{3x^2+1}{x^3+x} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = x^3 + x \text{ et } u' = 3x^2 + 1 \Rightarrow I_1(x) = \ln(x^3 + x)$$

$$j_1(t) = 2 - \frac{1}{2} \times \frac{2t}{t^2-1} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = t^2 - 1 \text{ et } u' = 2t \Rightarrow J_1(t) = 2t - \frac{1}{2} \ln(t^2 - 1)$$

$$k_1(x) = \frac{4x}{2x^2+2} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = 2x^2 + 2 \text{ et } u' = 4x \Rightarrow K_1(x) = \ln(2x^2 + 2)$$

$$l_1(x) = 2 \times \frac{2e^x}{1+2e^x} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = 1 + 2e^x \text{ et } u' = 2e^x \Rightarrow L_1(x) = 2 \ln(1 + 2e^x)$$

$$m_1(x) = \frac{1}{4}(4x)e^{2x^2} - 1 \Rightarrow \text{cas } u'e^u \text{ avec } u = 2x^2 \text{ et } u' = 4x \Rightarrow M_1(x) = \frac{1}{4}e^{2x^2} - x$$

$$n_1(\theta) = 1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = 1 + e^{-\theta} \text{ et } u' = -e^{-\theta} \Rightarrow N_1(\theta) = \theta - \ln(1 + e^{-\theta})$$

$$\varphi_1(x) = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}(2x)e^{\frac{x^2}{4}-2} \Rightarrow \text{cas } u'e^u \text{ avec } u = \frac{x^2}{4} - 2 \text{ et } u' = \frac{2x}{4} = \frac{1}{2}x \Rightarrow \Phi_1(x) = \frac{2}{3}e^{\frac{x^2}{4}-2}$$

$$\psi_1(t) = -\frac{1}{2} \times \frac{(-2t)}{1-t^2} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = 1 - t^2 \text{ et } u' = -2t \Rightarrow \Psi_1(t) = -\frac{1}{2} \ln(1 - t^2)$$

$$\omega_1(x) = \frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}} \Rightarrow \text{cas } \frac{u'}{u} \text{ avec } u = x + e^{-x} \text{ et } u' = 1 - e^{-x} \Rightarrow \Omega_1(x) = \ln(x + e^{-x})$$

$$3) f_2(x) = \frac{1}{2} \times 2x(x^2 - 3) \Rightarrow u'u \text{ avec } u = x^2 - 3 \text{ et } u' = 2x \Rightarrow F_2(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(x^2 - 3)^2 = \frac{1}{4}(x^2 - 3)^2$$

$$g_2(t) = t - (4 - t)^3 \Rightarrow u'u^n \text{ avec } n = 3, u = 4 - t \text{ et } u' = -1 \Rightarrow G_2(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{4}(4 - t)^4$$

$$h_2(x) = -\frac{1}{2} \times (-2e^{2x})(1 - e^{2x})^2 \Rightarrow u'u^n \text{ avec } n = 2, u = 1 - e^{2x} \text{ et } u' = -2e^{2x} \\ \Rightarrow H_2(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^3 = -\frac{1}{6}(1 - e^{2x})^3$$

$$i_2(x) = \frac{1}{x}(\ln x - 3) \Rightarrow u'u \text{ avec } u = \ln x - 3 \text{ et } u' = \frac{1}{x} \Rightarrow I_2(x) = \frac{1}{2}(\ln x - 3)^2$$

$$j_2(x) = 2\sqrt{2x-1} + 3 \Rightarrow u'u^n \text{ avec } n = \frac{1}{2}, u = 2x - 1 \text{ et } u' = 2$$

$$\Rightarrow J_2(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} \times 2(2x-1)^{1+\frac{1}{2}} + 3x = \frac{4}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + 3x$$

$$k_2(\alpha) = \cos \alpha (1 + \sin \alpha) \Rightarrow u'u \text{ avec } u = 1 + \sin \alpha \text{ et } u' = \cos \alpha \Rightarrow K_2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 + \sin \alpha)^2$$

$$4) f_3(t) = \frac{4}{(t+1)^2} \Rightarrow \frac{u'}{u^n} \text{ avec } n = 2, u = t + 1 \text{ et } u' = 1 \Rightarrow F_3(t) = -\frac{4}{t+1}$$

$$g_3(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \frac{u'}{\sqrt{u}} \text{ avec } u = 1 + x^2 \text{ et } u' = 2x \Rightarrow G_3(x) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{1+x^2} = \sqrt{1+x^2}$$

$$h_3(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^4} + x \Rightarrow \frac{u'}{u^n} \text{ avec } n = 4, u = x^2 + 1 \text{ et } u' = 2x \Rightarrow H_3(x) = \frac{-1}{3(x^2+1)^3} + \frac{x^2}{2}$$

$$i_3(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2} \Rightarrow \frac{u'}{u^n} \text{ avec } n = 2, u = e^x - 1 \text{ et } u' = e^x \Rightarrow I_3(x) = \frac{-1}{e^x-1} = \frac{1}{1-e^x}$$

$$j_3(x) = -\frac{-1}{(3-x)^3} \Rightarrow \frac{u'}{u^n} \text{ avec } n = 3, u = 3 - x \text{ et } u' = -1 \Rightarrow J_3(x) = \frac{1}{2(3-x)^2}$$

$$k_3(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\lambda+1}} \Rightarrow \frac{u'}{\sqrt{u}} \text{ avec } u = \lambda + 1 \text{ et } u' = 1 \Rightarrow K_3(\lambda) = 2 \times 2\sqrt{\lambda+1} = 4\sqrt{\lambda+1}$$

$$5) f_4(\theta) = c(3\theta + 1) \Rightarrow F_4(\theta) = \frac{1}{3}s(3\theta + 1)$$

$$g_4(x) = 2s\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \Rightarrow G_4(x) = 2 \times -\frac{2}{1}c\left(\frac{x}{2}\right) - x = -4c\left(\frac{x}{2}\right) - x$$

$$h_4(x) = c(2x) - s(x) \Rightarrow H_4(x) = \frac{1}{2}s(2x) + c(x)$$