

Corrigés type bac

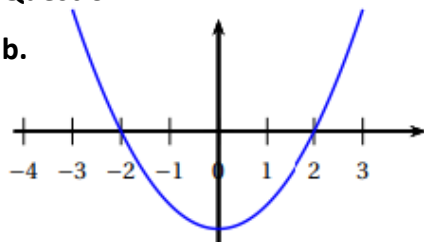
Corrigé Exercice 14

Question 1

c. $y = 5x + 18$

Question 2

b.



Question 3

b. $] - 1; 3[$

Question 4

b. $h'(x) = (2x + 1)e^x$

Corrigé Exercice 15

1. a. On a $f'_1(x) = -0,57e^{-0,57t}$.

L'exponentielle étant toujours positive, la dérivée f'_1 est elle toujours négative : la fonction f_1 est strictement décroissante.

b. $f_1(t) < 0,1$ pour $x \geq 4$ donc $S =]4; 10]$

La proportion de médicament dans le sang tombe sous les 10% à partir de 4h après injection

2. a. $f'_2(t) = 1,75 e^{-t} + 1,75 t(-e^{-t}) = (1,75 - 1,75t)e^{-t} = 1,75(1 - t)e^{-t}$ CQFD

b.

t	0	1	10
$1 - t$	+	0	-
e^{-t}	+		+
$f'_2(t)$	+	0	-
$f_2(t)$	0	$\nearrow 1,75e^{-1}$	$\searrow 17,5e^{-10}$

c. La fonction f_2 a un maximum en $t = 1$

La proportion de médicament dans le sang sera la plus élevée au bout d'une heure

Corrigé Exercice 16

1. a. $f'(x) = (2x - 2,5)e^x + (x^2 - 2,5x + 1)e^x = (2x - 2,5 + x^2 - 2,5x + 1)e^x = (x^2 - 0,5x - 1,5)e^x$. CQFD

b. Pour $x^2 - 0,5x - 1,5$ on a $\Delta = 6,25$; $x_1 = 1,5$ et $x_2 = -1$

x	$-\infty$	-1	$1,5$	$+\infty$	
$x^2 - 0,5x - 1,5$	$+$	0	$-$	0	$+$
e^x	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f'(x)$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$
$f(x)$	$\nearrow \quad 4,5e^{-1} \quad \searrow \quad -2,5e^{1,5} \quad \nearrow$				

2. a. On a $f(0) = 1$ et $f'(0) = -1,5$ donc $T : y = f'(0)(x - 0) + f(0)$
 $\Leftrightarrow y = -1,5x + 1$

b. On cherche à résoudre $(a^2 - 2,5a + 1)e^a = -1,5a + 1$ avec $a > 0$
soit $(a^2 - 2,5a + 1)e^a + 1,5a - 1 = 0$

On affiche à la calculatrice le tableau de valeur de la fonction

$$g(a) = (a^2 - 2,5a + 1)e^a + 1,5a - 1$$

On trouve le tableau ci-contre (en resserrant au fur et à mesure)

Avec $g(1,77) < 0$ et $g(1,78) > 0$

On a donc $a \approx 1,8$

a	$g(a)$
1,7	-0,4206211
1,71	-0,3751126
1,72	-0,3276749
1,73	-0,2782612
1,74	-0,2268235
1,75	-0,1733133
1,76	-0,1176811
1,77	-0,0598763
1,78	0,00015243
1,79	0,06245733
1,8	0,12709166

Corrigé Exercice 17

1. a. $f(0) = 5$

b. À partir de la formule, on a : $f(0) = (a \times 0 + b)e^{-0,1 \times 0} = be^0 = b$ On en déduit que $b = 5$

2. a. $f'(0) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

b. $T : y = f'(0)(x - 0) + f(0) \Leftrightarrow y = \frac{7}{2}x + 5$

c. À partir de la formule de f , on a : $f'(x) = ae^{-0,1x} + (ax + 5)(-0,1e^{-0,1x}) = (-0,1ax + a - 0,5)e^{-0,1x}$
Et en particulier, $f'(0) = (a - 0,5)e^0 = a - 0,5$

Comme on a vu que $f'(0) = \frac{7}{2}$ on en déduit l'équation $a - 0,5 = \frac{7}{2} \Leftrightarrow a = 3,5 + 0,5 = 4$

Avec $b = 5$ et $a = 4$, on a bien $f(x) = (4x + 5)e^{-0,1x}$

3. a. On avait montré que :

$$f'(x) = (-0,1ax + a - 0,5)e^{-0,1x}$$

donc avec $a = 4$, on a bien

$$f'(x) = (-0,4x + 4 - 0,5)e^{-0,1x} = (-0,4x + 3,5)e^{-0,1x}$$

b. $-0,4x + 3,5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3,5}{0,4} = 8,75$

et $f(8,75) = (4 \times 8,75 + 5)e^{-0,1 \times 8,75} = 40e^{-0,875} \approx 16,7$

Le maximum de f , atteint en 8,75, est de $40e^{-0,875}$ soit environ 16,7

x	$-\infty$	8,75	$+\infty$
$-0,4x + 3,5$	+	0	-
$e^{-0,1x}$	+		+
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	$40e^{-0,875}$	$\searrow$