I - Suites arithmétiques

Savoir S.2

1) Définition et relation de récurrence

Def. On dit qu'une suite est **arithmétique** si, pour passer d'un terme au suivant, **on ajoute toujours le même nombre**. Ce nombre s'appelle la **raison**, et on le note en général $\boldsymbol{R}$

Relation de récurrence

(u_n) est une suite arithmétique de raison R : $\boldsymbol{u_{n+1} = u_n + R}$

Remarque : On a aussi $\boldsymbol{u_n = u_{n-1} + R}$

2) Formule explicite

Propriété : (u_n) est une suite arithmétique de raison q

1er terme $\boldsymbol{u_0}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_n = u_0 + Rn}$

1er terme $\boldsymbol{u_1}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_n = u_1 + R(n-1)}$

1er terme $\boldsymbol{u_p}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u_n = u_p + R(n-p)}$

Exemples : à partir de la feuille d'exemples

♦ (u_n) suite arithmétique de raison 8 et de 1er terme $u_0 = -6$
Relation de récurrence : $\boldsymbol{u_{n+1} = u_n + 8}$ Formule explicite : $\boldsymbol{u_n = -6 + 8n}$

♦ (C_n) suite arithmétique de raison -40 et de 1er terme $C_2 = 1\,500$
Relation de récurrence : $\boldsymbol{C_n = C_{n-1} - 40}$ Formule explicite : $\boldsymbol{C_n = 1\,500 - 40(n-2)}$
ou $\boldsymbol{C_n} = 1\,500 - 40n + 80 = \boldsymbol{1580 - 40n}$

3) Calculs de termes

Méthode : Pour les 1er termes, on utilise la relation de récurrence. Pour les termes de rang plus élevés, on utilise l'explicite.

Exemples : à partir de la feuille d'exemples

♦ (u_n) Relation de récurrence : $\boldsymbol{u_{n+1} = u_n + 8}$ Formule explicite : $\boldsymbol{u_n = -6 + 8n}$
$u_1 = u_0 + 8 = -6 + 8 = 2$ et $u_2 = u_1 + 8 = 2 + 8 = 10$
$u_8 = -6 + 8 \times 8 = 58$ et $u_{20} = -6 + 8 \times 20 = 154$

♦ (C_n) Relation de récurrence : $\boldsymbol{C_n = C_{n-1} - 40}$ Formule explicite : $\boldsymbol{C_n = 1\,500 - 40(n-2)}$
$\boldsymbol{C_n = 1\,580 - 40n}$
$C_3 = C_2 - 40 = 1\,500 - 40 = 1\,460$ et $C_{10} = 1\,580 - 40 \times 10 = 1\,180$