Corrections Savoir Pb.3

Corrigé Exercice 14

1. $p(X=3)=\binom{8}{3}0{,}7^3\times0{,}3^5=\frac{8\times7\times6}{1\times2\times3}0{,}7^3\times0{,}3^5=56\times0{,}7^3\times0{,}3^5\Rightarrow p(X=3)\simeq0{,}0467$ soit 4,67%.
$p(X=0)=\binom{8}{0}0{,}7^0\times0{,}3^8=0{,}3^8.\quad\Rightarrow p(X=0)\simeq0{,}01\%.$

2. $p(Y=4)=\binom{7}{4}0{,}63^4\times0{,}37^3$ avec $\binom{7}{4}=\binom{7}{3}=\frac{7\times6\times5}{1\times2\times3}=35.\quad\Rightarrow p(Y=4)\simeq27{,}93\%.$
$p(Y=7)=\binom{7}{7}0{,}63^7\times0{,}37^0=0{,}63^7.\quad\Rightarrow p(Y=7)\simeq3{,}94\%.$

3. $p(M=9)=\binom{10}{9}0{,}42^9\times0{,}58^1$ avec $\binom{10}{9}=\binom{10}{1}=10.\ \Rightarrow p(M=9)\simeq0{,}23\%.$
$p(M=3)=\binom{7}{7}0{,}63^7\times0{,}37^0=0{,}63^7.\quad\Rightarrow p(M=7)\simeq3{,}94\%.$

Corrigé Exercice 15

1. Les **10 tirages** aléatoires d'un numéro pour chaque joueur sont **identiques et indépendants**, tous avec **la même probabilité égale à $\frac{5}{16}$ d'être un numéro gagnant** (et donc d'être un joueur gagnant). X suit donc une loi binomiale de paramètres *n* = 10 et *p* = $\frac{5}{16}$.

2. Donc la probabilité qu'un seul d'entre eux gagne est : $p(X=1)=\binom{10}{1}\times\frac{5}{16}\times\left(\frac{11}{16}\right)^9\ 10\times\frac{5}{16}\times\left(\frac{11}{16}\right)^9\simeq10{,}7\%.$

Corrigé Exercice 16

1. Pour la séquence « pile face face pile pile pile », on a $X=4$.
Il y a plusieurs autres séquences qui donnent $X=4$: par exemple « pile pile pile pile face face ».

2. X prend toutes les valeurs entières de 0 à 6.

3. Il y a **6 tirages identiques et indépendants** avec **la même probabilité de 53% d'obtenir pile**.
Et X est **le nombre de « pile » obtenus** parmi ces 6 tirages.
La loi de probabilité de X est donc une **loi binomiale** de paramètres $n=6$ et $p=0{,}53$.

4. On a alors : $p(X=4)=\binom{6}{4}0{,}53^4\times0{,}47^2$ avec $\binom{6}{4}=\binom{6}{2}=\frac{6\times5}{1\times2}=15\ \Rightarrow p(X=4)\simeq0{,}2615.$
Avec cette pièce de monnaie, il y a environ 26,15% de chances d'obtenir 4 piles dans une séquence de 6 tirages aléatoires.

5. Une séquence ne contenant que des piles correspond à $X=6$.
Or $p(X=6)=\binom{6}{6}0{,}53^6\times0{,}47^0=0{,}53^6\simeq0{,}0221$. Il n'y a donc que 2,21% de chances de n'obtenir que des piles.

6. Une séquence contenant exactement 4 faces (donc 2 piles) correspond à $X=2$.
Or $p(X=2)=\binom{6}{2}0{,}53^2\times0{,}47^4$ avec $\binom{6}{2}=15\ \Rightarrow p(X=2)\simeq0{,}2056.$
Il y a donc une probabilité de 20,56% d'obtenir exactement 4 faces.

Corrigé Exercice 17

1. On **tire 9 élèves** successivement. On appelle $\boldsymbol{N}$ **le nombre d'élèves favorables** au voyage parmi ces 9 élèves. Le nombre d'élèves dans le lycée étant très grand, **la probabilité d'obtenir un élève favorable** au voyage **reste la même à chaque tirage** : elle est égale à 92%. Les tirages sont donc en première approximation **identiques et indépendants**.
   N suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0{,}92$.
   On a alors : $p(N = 9) = \binom{9}{9} 0{,}92^9 = 0{,}92^9 \simeq 0{,}4722$.
   Il y a 47,22% de chances que tous les élèves de l'atelier musique soient favorables au départ en voyage scolaire.
2. Pour un seul élève qui n'est pas favorable, on a $N = 8$.
   On calcule donc : $p(N = 8) = \binom{9}{8} 0{,}92^8 \times 0{,}08^1 = \binom{9}{1} 0{,}92^8 \times 0{,}08 = 9 \times 0{,}92^8 \times 0{,}08 \simeq 0{,}3695$
   Il y a 36,95% de chances qu'un élève exactement de l'atelier musique ne soit pas favorable au départ en voyage scolaire.