
Entraînement 1

- 1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4(1 - x)e^{1-2x}$.
- a. Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = (2x - 1)e^{1-2x}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
 - b. Déterminer la fonction Φ , primitive de f telle que Φ prenne la valeur 1 en $x = 0$.
- 2) Soit a et b les fonctions définies sur $[1; +\infty[$ par $a(t) = (1 + t) \ln t$ et $b(t) = 1 + \frac{1}{t} + \ln t$.
- a. Montrer que a est une primitive de b .
 - b. En déduire la forme générale de toutes les primitives de b .

Entraînement 2

- 1) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = 1 + \ln(2x)$.
- a. Vérifier que la fonction H définie par $H(x) = (x - 1) \ln(2x) + \ln x$ est une primitive de h sur $]0; +\infty[$.
 - b. Déterminer la fonction θ , primitive de h sur $]0; +\infty[$ s'annulant en $x = 2$.
- 2) Soit α et β les fonctions définies sur $[1; +\infty[$ par :
- $$\alpha(t) = \frac{e^t}{1 + e^{-t}} \qquad \beta(t) = \frac{2 + e^t}{(1 + e^{-t})^2}$$
- a. Montrer que α est une primitive de β .
 - b. En déduire la forme générale de toutes les primitives de β .

Correction Savoir Ed. 1

Corrigé Entraînement 1

- 1) a. $F'(x) = 2e^{1-2x} + (2x-1)(-2e^{1-2x}) = (2-4x+2)e^{1-2x} = (-4x+4)e^{1-2x} = 4(1-x)e^{1-2x}$
On a $F'(x) = f(x)$, donc F est bien une primitive de f sur $\mathbb{R}$
- b. On a $\Phi(x) = F(x) + k = (2x-1)e^{1-2x} + k$ où $k \in \mathbb{R}$ et on doit avoir $\Phi(0) = 1$
donc $(0-1)e^{1-0} + k = 1 \Rightarrow -e + k = 1 \Rightarrow k = 1 + e$ Donc $\Phi(x) = (2x-1)e^{1-2x} + 1 + e$
- 2) a. On a $a'(t) = 1 \ln t + (1+t)\frac{1}{t} = \ln t + \frac{1}{t} + 1$ donc $a' = b$.
La fonction a est donc bien une primitive de b
- b. Les primitives de b donc donc les fonctions de la forme : $F_k(t) = (1+t) \ln t + k$, $k \in \mathbb{R}$

Corrigé Entraînement 2

- 1) a. $H'(x) = \ln(2x) + (x-1) \times \frac{2}{2x} + \frac{1}{x} = \ln(2x) + \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x} = \ln(2x) + \frac{x}{x} = \ln(2x) + 1$
On a $H'(x) = h(x)$, donc H est une primitive de h sur $]0; +\infty[$
- b. On a : $\theta(x) = H(x) + k = (x-1) \ln(2x) + \ln x + k$ où $k \in \mathbb{R}$ et on doit avoir $\theta(2) = 0$
 $(2-1) \ln(2 \times 2) + \ln 2 + k = 0 \Leftrightarrow \ln 4 + \ln 2 + k = 0 \Leftrightarrow \ln 8 + k = 0 \Leftrightarrow k = -\ln 8$
Donc $\theta(x) = (x-1) \ln(2x) + \ln x - \ln 8$
- 2) a. On calcule :
$$\alpha'(t) = \frac{e^t(1+e^{-t}) - e^t(-e^{-t})}{(1+e^{-t})^2} = \frac{e^t + 1 + 1}{(1+e^{-t})^2} = \frac{2+e^t}{(1+e^{-t})^2}$$

Donc $\alpha' = \beta$: α est bien une primitive de β .
- b. Les primitives de β donc donc les fonctions de la forme :
- $$F_k(t) = \frac{e^t}{1+e^{-t}} + k, \quad k \in \mathbb{R}$$