Savoirs Fc. 7 : Lien graphique f, f' et f''

Exercice 19 : à partir de la courbe de f

Voici les courbes représentatives de 3 fonctions f, g et h.
Les droites « fléchées » indiquées sont des tangentes à ces courbes.

1) Fonction f

a) Dresser le tableau de signe de f.

b) Dresser le tableau de signe de la dérivée de f, qu'on notera f'.

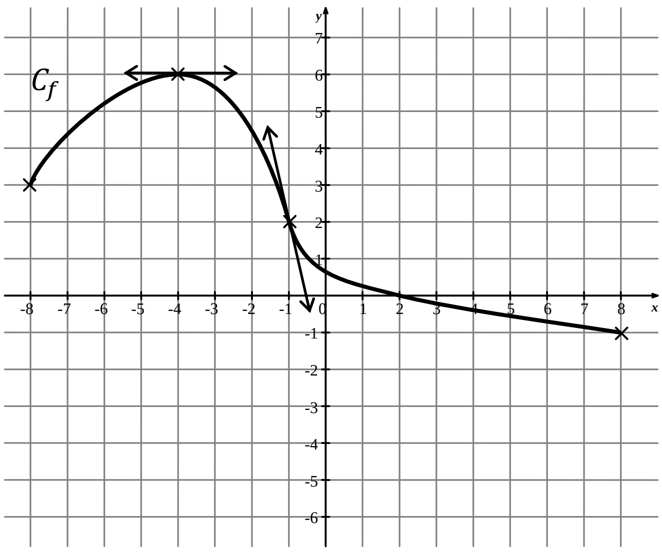
c) Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de f, qu'on notera f''.

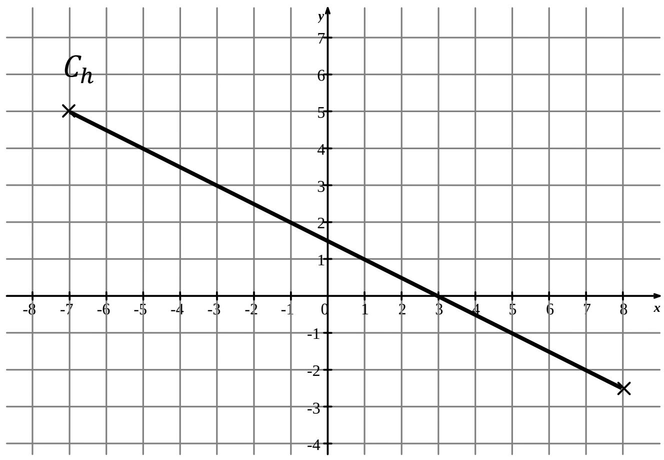
d) Décrire la convexité de la fonction f.

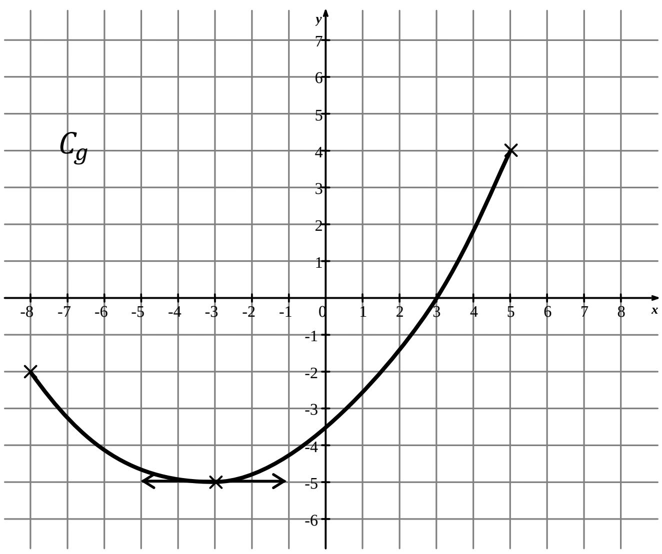
e) La courbe de f a-t-elle des points d'inflexion ? Si oui, donner leurs coordonnées.

2) Fonction g : Mêmes questions.

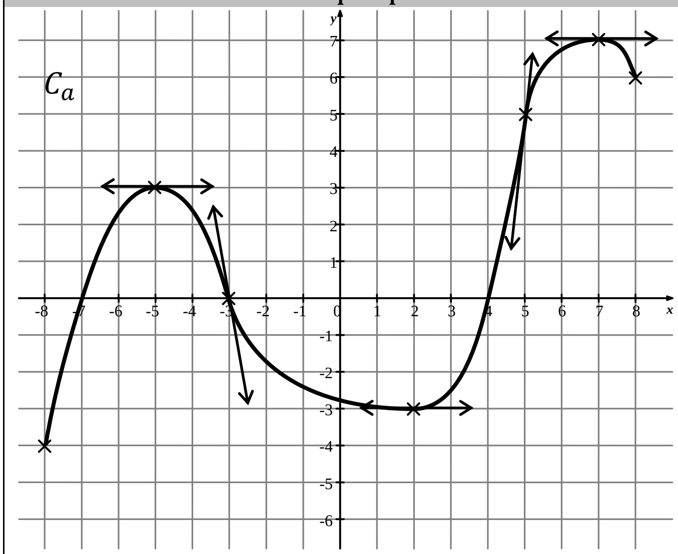
3) Fonction h : Mêmes questions.







Un peu plus…



4) Fonction a : Déterminer :

a) Le tableau de signe de a.

b) Le tableau de signe de la dérivée a'.

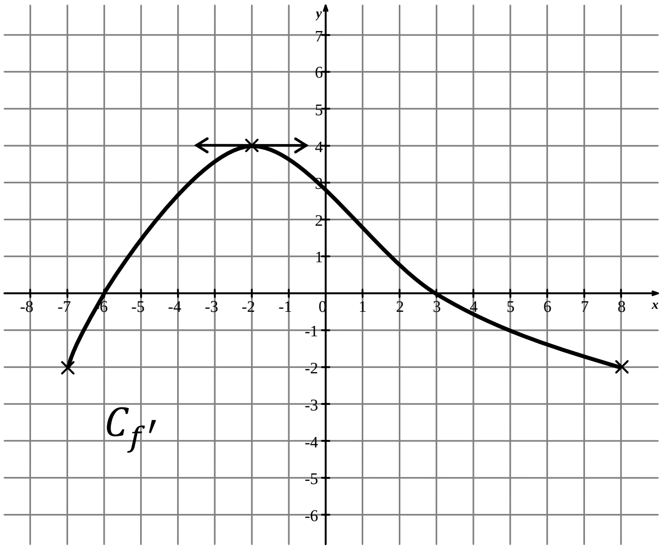
c) Le tableau de signe de la dérivée seconde a''.

d) La convexité de la fonction a.

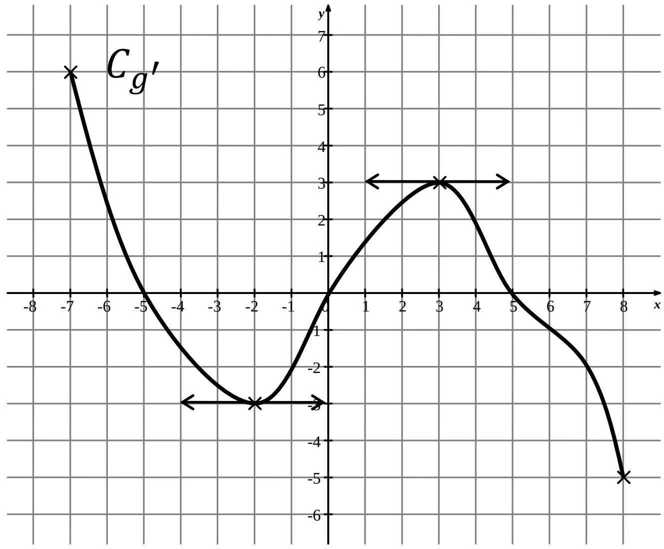
e) Les points d'inflexion (donner leurs coordonnées).

Exercice 20 : à partir de la courbe de f'

On considère une fonction f dont la **dérivée *f'*** est représentée dans le repère ci-dessous



On considère une fonction g dont la **dérivée *g'*** est représentée dans le repère ci-dessous



Exercice 21 : à partir du tableau de variation de f'

1) On donne ci-dessous le tableau de variation de la dérivée f' d'une fonction f.

x	-2		1		3		10
$f'(x)$	-3	↗	0	↗	6	↘	2

a) Dresser le tableau de signe de f'.

b) Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de f, notée f''.

c) Décrire le sens de variation de f.

Un peu plus…

2) On donne ci-contre le tableau de variation de la dérivée g' d'une fonction g.

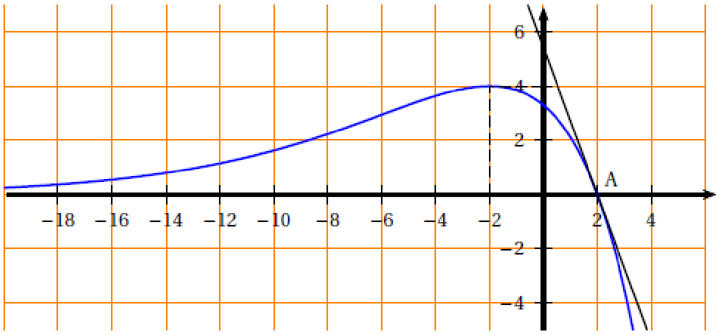
x	0		2		3		6		11		15
$g'(x)$	-1	↘	-3	↗	0	↗	7	↘	0	↘	-1

a) Dresser le tableau de signe de g'.

b) Dresser le tableau de signe de la dérivée seconde de g, notée g''.

c) Décrire le sens de variation de g.

Exercice 22 : QCM Type bac

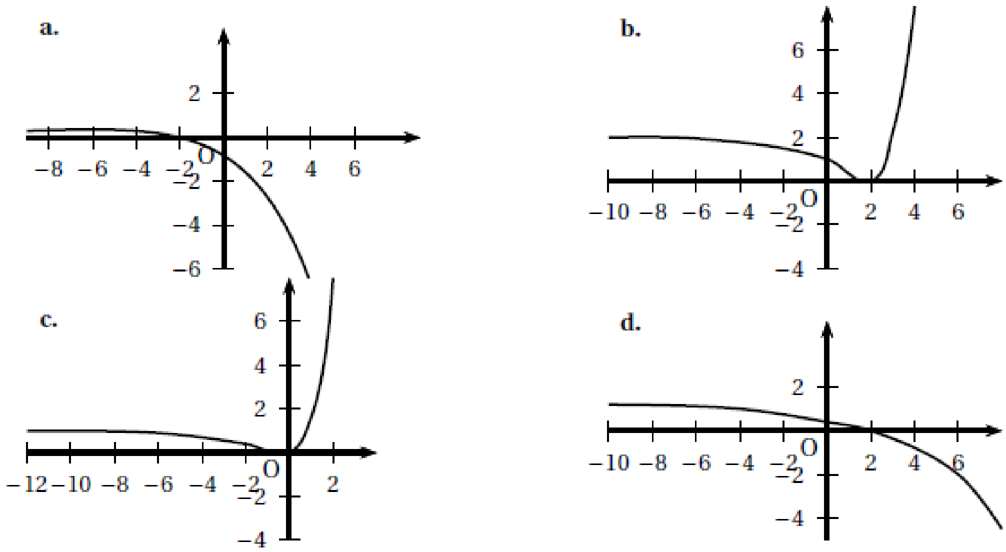


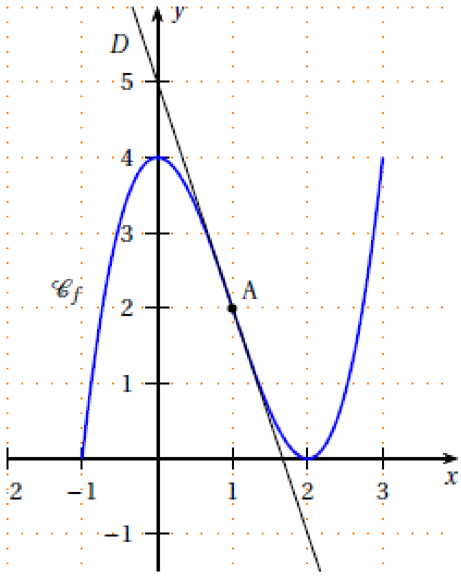
QCM 1 On a tracé ci-contre la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2.

1. La fonction f est :

a. concave sur $]-\infty; 0]$	**b.** convexe sur $]-\infty; 0]$	**c.** concave sur $[0 ; 2]$	**d.** convexe sur $[0 ; 2]$

2. Parmi les 4 courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction dérivée de la fonction f ?





QCM 2

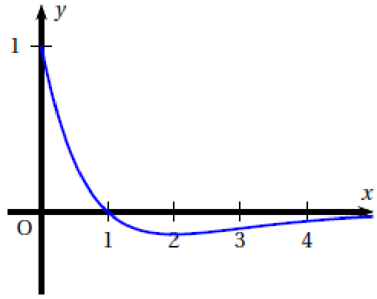
On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-1 ; 3]$, deux fois dérivable sur cet intervalle et dont la représentation C_f dans un repère orthonormé est proposée ci-contre.
On désigne par f' la fonction dérivée de f, par f'' la fonction dérivée seconde de f.
La droite D est tangente à C_f au point A d'abscisse 1, seul point en lequel la courbe traverse la tangente.
L'axe des abscisses est tangent à C_f au point d'abscisse 2.
La tangente à C_f au point d'abscisse 0 est la droite d'équation $y = 4$.

1. a. f est convexe sur l'intervalle $[-1 ; 0]$.	**b.** f est concave sur l'intervalle $]1 ; 2[$.	**c.** f est convexe sur l'intervalle $]1 ; 3[$.	**d.** Cf est au -dessus de sa tangente au point d'abscisse -1.
2. a. $f(1) = 5$	**b.** $f'(1) = 2$	**c.** $f''(1) = -3$	**d.** La tangente à Cf au point d'abscisse 1 a pour équation $y = -3x + 5$
3. a. $f'(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]-1 ; 2[$.	**b.** f' est croissante sur l'intervalle $]1 ; 3[$.	**c.** $f(x) = 0$ si et seulement si $x = 0$ ou $x = 2$	**d.** $f'(x) \leq 0$ pour tout x de l'intervalle $]-1 ; 1[$.

Exercice 23 : Vrai/faux type bac

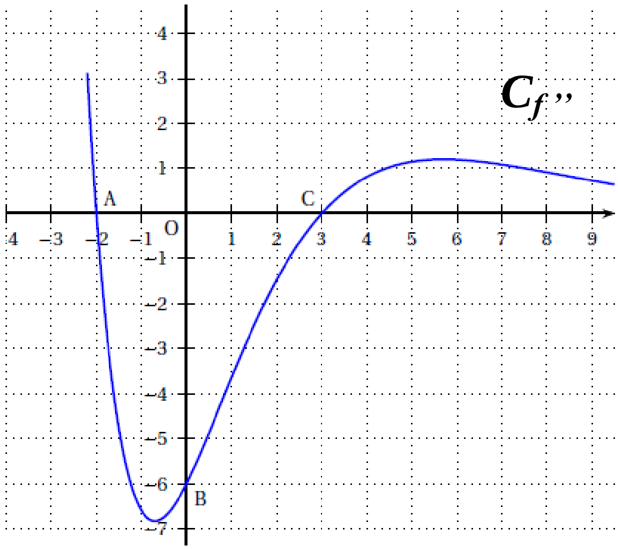
Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et ***justifier la réponse.***

Vrai/faux 1 On désigne par f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0\ ;+\infty[$.
La courbe représentative de la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, est donnée ci-contre.
Le point de coordonnées (1 ; 0) est le seul point d'intersection de cette courbe et de l'axe des abscisses.



Proposition : la fonction f est convexe sur l'intervalle [1 ; 4].

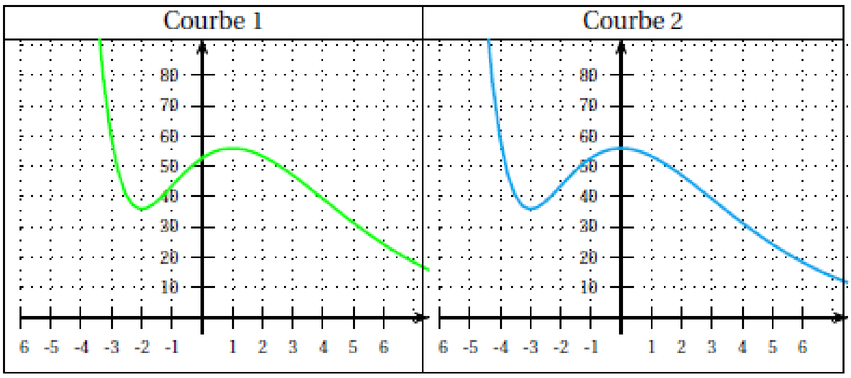
Vrai/faux 2 On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et deux fois dérivable. On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, dans un repère orthonormé.
Les points suivants appartiennent à la courbe :
A(−2 ; 0) ; B(0 ; −6) et C(3 ; 0).



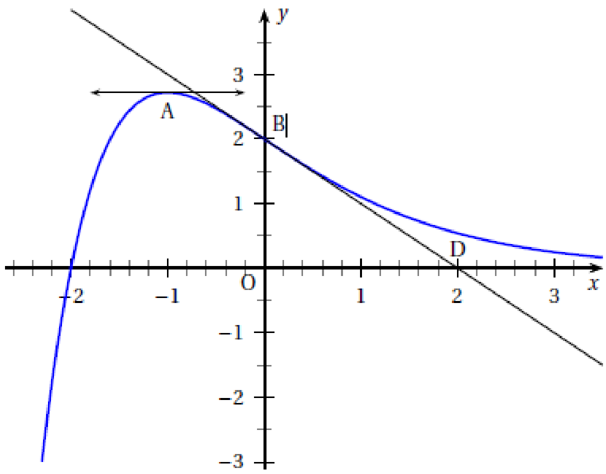
Proposition a : la courbe représentative de f admet des points d'inflexion.

Proposition b : Sur [−2 ; 3], la fonction f est convexe

Proposition c : Parmi les deux courbes données ci-dessous, seule la courbe 1 peut-être la représentation graphique de la fonction f



Vrai/faux 3 La courbe C d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-contre.
La courbe C passe par les points A(−1 ; e) et B(0 ; 2) où e = exp(1).
La tangente à la courbe C au point A est horizontale et la tangente à la courbe C au point B est la droite (BD), où D a pour coordonnées (2 ; 0).



Proposition a . L'équation $f(x) = 1$ admet exactement trois solutions dans l'intervalle [−2 ; 3].

Proposition b. La fonction f est convexe sur l'intervalle [1 ; 3].

Proposition c. $f'(-1) = 0$.

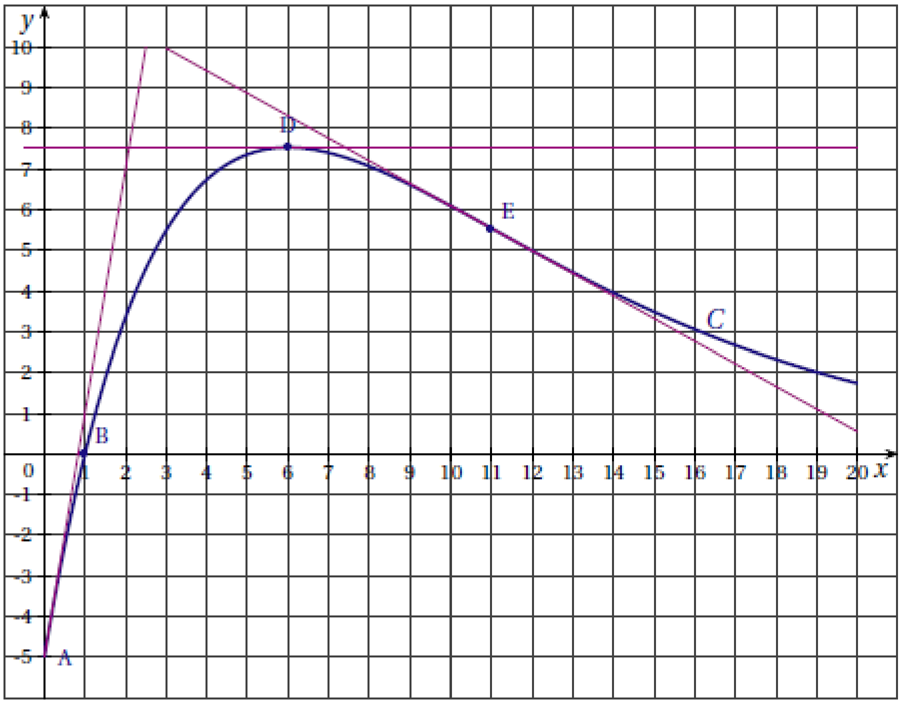
Proposition d. $f'(0) = -1$.

Proposition e. $f'(x)>0$ sur l'intervalle [1 ; 3].

Exercice 24 : Extrait bac ES

On a représenté ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative *C* d'une fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 20]. On a tracé les tangentes à la courbe *C* aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.



Par lecture graphique (aucune justification n'est demandée) :

1. Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.

2. Indiquer si la courbe *C* admet un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.

(…)

4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$. Préciser un encadrement de la (ou des) solution(s) à l'unité.

Exercice 25 : Extrait bac ES

On s'intéresse à la fonction *f* définie sur ℝ par : $f(x) = -2(x+2)e^{-x}$

Partie A

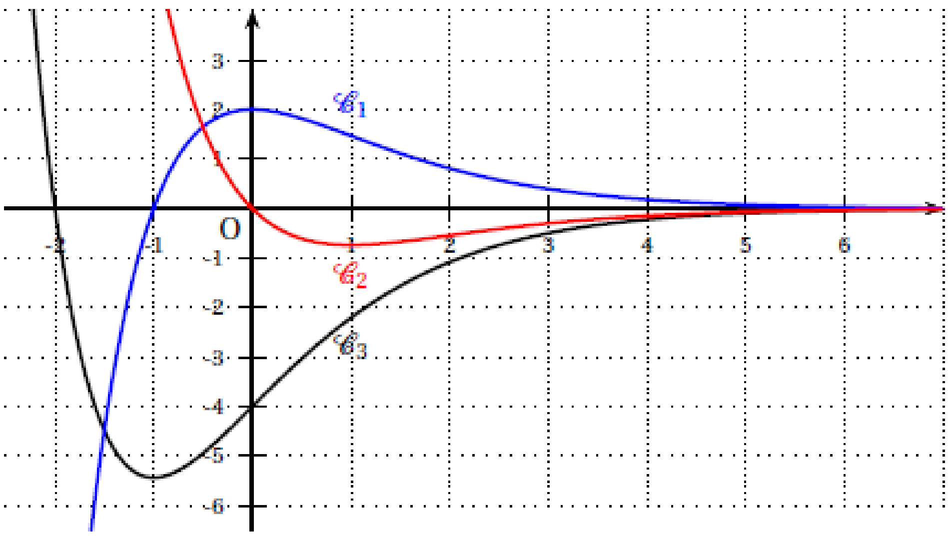
1. Calculer $f(-1)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

2. Justifier que $f'(x) = 2(x+1)e^{-x}$ où f' est la fonction dérivée de f.

3. En déduire les variations de la fonction f.

Partie B

Dans le repère orthogonal ci-contre trois courbes C_1, C_2 et C_3 ont été représentées.
L'une de ces courbes représente la fonction f, une autre représente sa dérivée et une troisième représente sa dérivée seconde.



Expliquer comment ces représentations graphiques permettent de déterminer la convexité de la fonction f.

Indiquer un intervalle sur lequel la fonction f est convexe.