

1) Définition d'une suite par une formule explicite

Def. La **formule explicite** d'une suite numérique est la formule qui permet de calculer le terme général u_n en fonction de son rang n

Formule explicite : $u_n = f(n)$

Remarque : C'est la définition la plus proche des fonctions. La seule différence, c'est que la variable n est une variable entière

Exemples :

♦ (u_n) suite définie pour tout entier non nul n par $u_n = 2n^2 - \frac{3}{n}$

Calcul de u_1 : on a, pour $n = 1$: $u_1 = 2 \times 1^2 - \frac{3}{1} = 2 - 3 = -1$

Calcul de u_6 : on a, pour $n = 6$: $u_6 = 2 \times 6^2 - \frac{3}{6} = 2 \times 36 - \frac{1}{2} = 72 - \frac{1}{2} = \frac{143}{2}$

♦ (v_n) suite définie pour tout entier n par $v_n = -6 \times 2^n$

Calcul de v_0 : on a, pour $n = 0$: $v_0 = -6 \times 2^0 = -6 \times 1 = -6$

Calcul de v_8 : on a, pour $n = 8$: $v_8 = -6 \times 2^8 = -6 \times 256 = -1\,536$

2) Définition d'une suite par une relation de récurrence

Def. La **relation de récurrence** d'une suite numérique est la formule qui permet de calculer le terme général u_n en fonction du terme d'avant u_{n-1}

Ou bien, le terme général u_{n+1} en fonction du terme d'avant u_n

Il est nécessaire dans ce cas d'avoir au moins un terme de la suite, pour commencer à calculer les suivants.

Relation de récurrence : $u_{n+1} = g(u_n)$ ou $u_n = g(u_{n-1})$

Remarque : C'est une définition qui ne marchent que pour les suites, parce qu'on peut définir pour un terme le terme d'avant ou le terme d'après. Pour une fonction, le nombre d'image est infini...

Exemples :

♦ (u_n) suite définie pour tout entier non nul n par $u_{n+1} = 3u_n - 5$ et $u_0 = 2$

Calcul de u_1 : on a : $u_1 = 3 \times u_0 - 5 = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1$

Calcul de u_2 : on a : $u_2 = 3 \times u_1 - 5 = 3 \times 1 - 5 = 3 - 5 = -2$

Calcul de u_3 : on a : $u_3 = 3 \times u_2 - 5 = 3 \times (-2) - 5 = -6 - 5 = -11$

♦ (v_n) suite définie pour tout entier n par $v_n = 5 \times v_{n-1}^2$ et $v_2 = 3$

Calcul de v_3 : on a : $v_3 = 5 \times v_2^2 = 5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$

Calcul de v_4 : on a : $v_4 = 5 \times v_3^2 = 5 \times 45^2 = 5 \times 2\,025 = 10\,125$