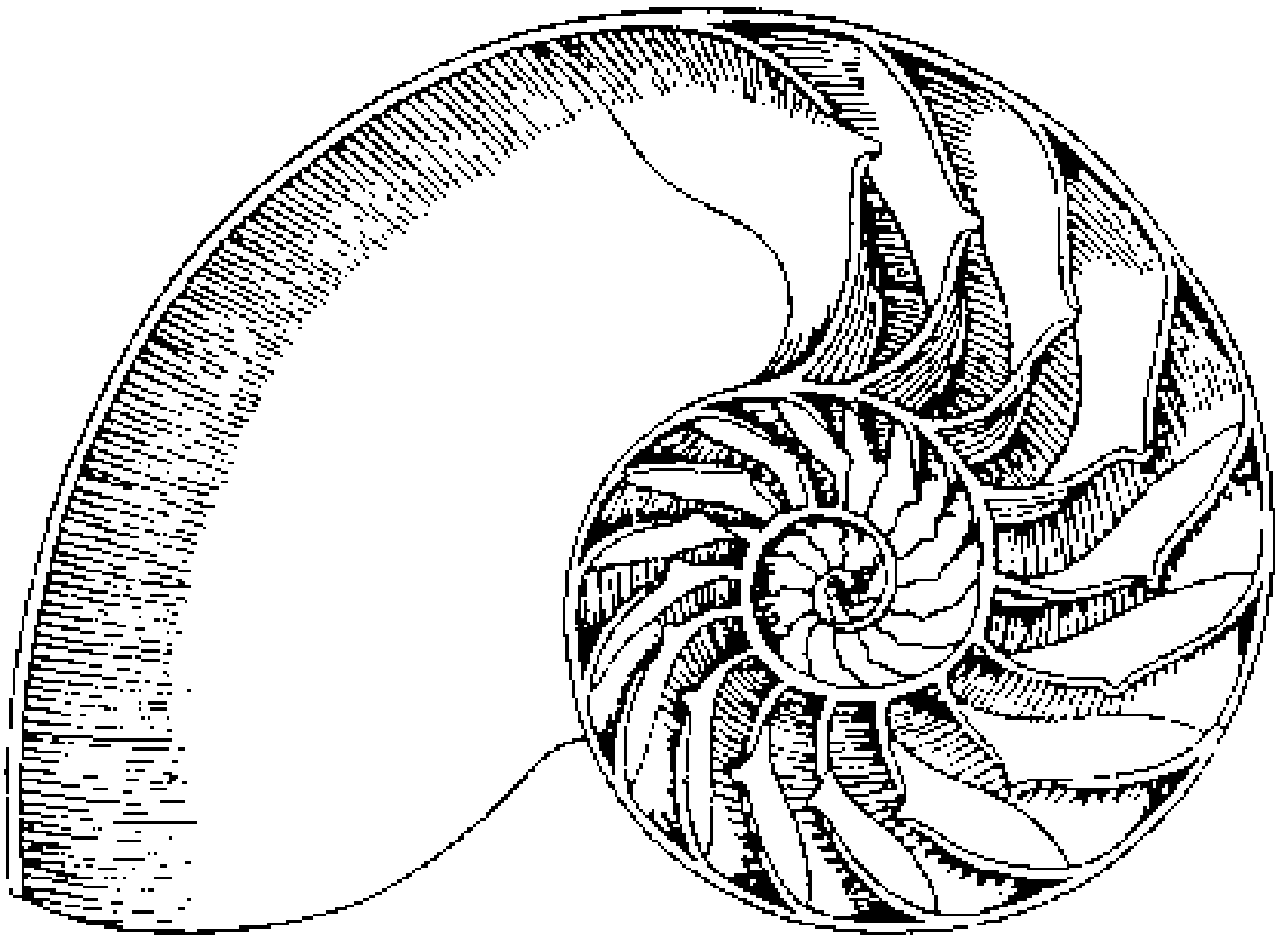


1ère Spé

Suites (2)



Savoirs Sag

Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Sag. 5

Donner le sens de variation de chacune de ces suites.

1) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 1500$ et de raison $q = 0,59$.

2) La suite (v_n) est définie par l'expression : $v_n = 500 \times \left(\frac{7}{3}\right)^{n-1}$

3) La suite (z_n) est définie par l'expression : $z_n = 12 - 8n$

4) La suite (a_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} a_n = \frac{a_{n-1}}{9} \\ a_1 = -236 \end{cases}$$

Savoir Sag. 6

1) Une suite (a_n) est définie par son terme général : $a_n = 0,5n + 6$.

Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme

Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de $M = 63$. Justifier.

2) Une suite (b_n) est définie par son terme général : $b_n = 342 \times 0,8^{n-1}$.

Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme

Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de $m = 80$. Justifier.

Savoir Sag. 7

Donner la limite de chacune de ces suites. Justifier.

1) La suite (a_n) est définie par l'expression : $a_n = 238 \times 0,92^{n-1}$

2) La suite (b_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} b_{n+1} = \frac{7}{5} + b_n \\ b_1 = -25 \end{cases}$$

3) (v_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $v_0 = 580$ et de raison $q = 2,6$.

4) La suite (s_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} s_n = \frac{s_{n-1}}{4} \\ s_0 = 1500 \end{cases}$$

Type bac

La population d'une ville A augmente chaque année de 2 %. La ville A avait 4 600 habitants en 2010. La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année. La ville B avait 5 100 habitants en 2010.

Pour tout entier n , on note u_n le nombre d'habitants de la ville A et v_n le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2010+ n .

1. Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2011.
2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.
4. Donner l'expression de v_n fonction de n , pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.
5. Déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A dépasse celle de la ville B. Justifier.

Entraînements savoirs

Savoir Sag. 5 : Sens de variation

Entraînement n°1

Donner le sens de variation de chacune de ces suites :

- 1) La suite (v_n) est définie par l'expression : $v_n = 260 \times 0,6^{n-1}$
- 2) (C_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $C_2 = -40$ et de raison $R = 130$.
- 3) La suite (a_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} a_n = \frac{3a_{n-1}}{7} \\ a_1 = 25 \end{cases}$$
- 4) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = -900$ et de raison $q = 1,5$.

Entraînement n°2

Donner le sens de variation de chacune de ces suites.

- 1) La suite (t_n) est définie par l'expression : $t_n = 27 - 4(n - 1)$
- 2) La suite (a_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{5a_n}{3} \\ a_1 = 60 \end{cases}$$
- 3) (b_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $b_0 = -20$ et de raison $0,7$.
- 4) La suite (c_n) est définie par l'expression : $c_n = -260 \times 1,05^{n-1}$

Entraînement n°3

Donner le sens de variation de chacune de ces suites. Justifier.

- 1) La suite (a_n) est définie par l'expression : $a_n = 238 \times 0,92^{n-1}$
- 2) La suite (b_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} b_{n+1} = \frac{7}{5} + b_n \\ b_1 = -25 \end{cases}$$
- 3) (v_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $v_0 = 580$ et de raison $q = 2,6$.
- 4) La suite (s_n) est définie par la relation de récurrence $s_n = \frac{s_{n-1}}{4}$ et le terme $s_0 = -1500$

Savoir Sag. 6 : Dépassement de seuil

Entraînement n°1

- 1) Une suite (u_n) est définie par son terme général : $u_n = 4000 \times 1,3^n$.
Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme
Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de la quantité $M = 150\,000$.
- 2) Une suite (v_n) est définie par son terme général : $v_n = 256 - 3(n - 1)$.
Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme
Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite deviendra négatif. Justifier.

Entraînement n°2

- 1) Une suite (w_n) est définie par son terme général : $w_n = 7000 - 6n$.
Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme
Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de la quantité $M = 1200$.
- 2) Une suite (z_n) est définie par son terme général : $z_n = 30 \times 1,7^{n-1}$.
Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme
Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de la quantité $m = 1600$.
Justifier.

Entraînement n°3

- 1) Une suite (a_n) est définie par son terme général : $a_n = 1520 + 16n$.
Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme
Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de la quantité $M = 52\,100$.
- 2) Une suite (b_n) est définie par son terme général : $b_n = 3200 \times 0,93^{n-1}$.
Déterminer sa nature, sa raison et son 1^{er} terme
Déterminer le rang à partir duquel le terme de cette suite sera au-delà de la quantité $m = 1530$.
Justifier.

Savoir Sag. 7 : Limites

Entraînement n°1

Donner la limite de chacune de ces suites.

- 1) La suite (t_n) est définie par l'expression : $t_n = 27 - 4(n - 1)$
- 2) La suite (a_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{5a_n}{3} \\ a_1 = 60 \end{cases}$$
- 3) (b_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $b_0 = -20$ et de raison $q = 0,7$.
- 4) La suite (c_n) est définie par la l'expression : $c_n = -260 \times 1,05^{n-1}$

Entraînement n°2

Donner la limite de chacune de ces suites.

- 1) La suite (v_n) est définie par la l'expression : $v_n = 260 \times 0,6^{n-1}$
- 2) (C_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $C_2 = -40$ et de raison $R = 130$.
- 3) La suite (a_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} a_n = \frac{3a_{n-1}}{7} \\ a_1 = 25 \end{cases}$$
- 4) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = -900$ et de raison $q = 1,5$.

Entraînement n°3

Donner la limite de chacune de ces suites.

- 1) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 1500$ et de raison $q = 0,59$.
- 2) La suite (v_n) est définie par la l'expression : $v_n = 500 \times \left(\frac{7}{3}\right)^{n-1}$
- 3) La suite (z_n) est définie par la l'expression : $z_n = 12 - 8n$
- 4) La suite (a_n) est définie par la relation de récurrence :
$$\begin{cases} a_n = \frac{a_{n-1}}{9} \\ a_1 = -236 \end{cases}$$

Exercices Type Bac

Exercice 1

Un complexe cinématographique a ouvert ses portes en 2018 en périphérie d'une ville. En 2018, le complexe a accueilli 180 mille spectateurs. La gestionnaire du complexe prévoit une augmentation de 4 % par an de la fréquentation du complexe.

Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de spectateurs, en milliers, du complexe cinématographique pour l'année $(2018+n)$. On a donc $u_0 = 180$.

1. Étude de la suite (u_n) .

- Calculer le nombre de spectateurs en 2019.
- Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison.
- Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

2. Un cinéma était déjà installé au centre-ville. En 2018, il a accueilli 260 000 spectateurs. Avec l'ouverture du complexe, le cinéma du centre-ville prévoit de perdre 10 000 spectateurs par an. Pour n , entier naturel, on note v_n le nombre de spectateurs, en milliers, accueillis dans le cinéma du centre-ville l'année $(2018+n)$. On a donc $v_0 = 260$.

- Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- Justifier les sens de variations des suites (u_n) et (v_n)
- Selon ces modèles, à partir de quelle année le nouveau complexe cinématographique verrait le nombre de ses spectateurs dépasser celui du cinéma de centre-ville ?

Exercice 2

Une balle en caoutchouc est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur de 2 mètres au-dessus du sol. Le choc n'étant pas parfaitement élastique, la balle rebondit jusqu'à une hauteur de 1,60 mètre et continue à rebondir, en atteignant après chaque rebond une hauteur égale au $\frac{4}{5}$ de la hauteur du rebond précédent.

On modélise les hauteurs atteintes par la balle par une suite (h_n) où pour tout entier naturel n , h_n est la hauteur, exprimée en mètres, atteinte par la balle au n -ième rebond. On a alors $h_0 = 2$.

1. a. Donner h_1 et h_2 .

- Pour tout entier naturel n , exprimer h_{n+1} en fonction de h_n .
- En déduire la nature de la suite (h_n) . On précisera sa raison et son premier terme.
- Déterminer le sens de variation de la suite (h_n) .

2. Déterminer le nombre minimal N de rebonds à partir duquel la hauteur atteinte par la balle est inférieure à 20 cm. Expliquer la démarche employée.

3. Ce modèle prévoit-il que la balle cesse de rebondir ? Justifier mathématiquement votre réponse.

Exercice 3

Un journal hebdomadaire est sur le point d'être créé. Une étude de marché aboutit à deux estimations différentes concernant le nombre de journaux vendus :

- 1re estimation : 1 000 journaux vendus lors du lancement, puis une progression des ventes de 3 % chaque semaine.
- 2e estimation : 1 000 journaux vendus lors du lancement, puis une progression régulière de 40 journaux supplémentaires vendus chaque semaine.

On considère les suites (u_n) et (v_n) telles que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, u_n représente le nombre de journaux vendus la n -ième semaine selon la première estimation et v_n représente le nombre de journaux vendus la n -ième semaine selon la deuxième estimation.

Ainsi, $u_1 = v_1 = 1000$.

1. On considère la feuille de calcul ci-contre :

Quelle formule, saisie en B3 et recopiée vers le bas, permet d'obtenir les termes de la suite (u_n) ?

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	1	1 000	1 000
3	2	1 030	1 040
4	3	1 060,9	1 080
5	4	1 092,727	1 120

2. a. Donner la nature de la suite (u_n) puis celle de la suite (v_n) . Justifier.

b. Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$: $v_n = 960 + 40n$.

c. Écrire, pour tout entier naturel $n \geq 1$, l'expression de u_n en fonction de n .

3. On définit, pour tout entier $n \geq 1$, la suite (w_n) par $w_n = v_n - u_n$. On donne ci-dessous un extrait de son tableau de valeurs :

n	1	2		19	20	21	22
w_n	0	10		18	6	-6	-20

À partir de quelle semaine le nombre de journaux vendus d'après la première estimation devient-il supérieur au nombre de journaux vendus d'après la deuxième estimation ?

Exercice 4

Aujourd'hui les chardons (une plante vivace) ont envahi 300 m^2 des champs d'une région.

Chaque semaine, la surface envahie augmente de 5 % par le développement des racines, auquel s'ajoutent 15 m^2 suite à la dissémination des graines.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la surface envahie par les chardons, en m^2 , après n semaines; on a donc $u_0 = 300$.

1. a. Calculer u_1 et u_2 .

b. Montrer que la suite (u_n) ainsi définie, n'est ni arithmétique ni géométrique.

On admet dans la suite de l'exercice que, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 1,05u_n + 15$.

2. On considère la suite (v_n) , définie pour tout entier naturel n , par : $v_n = u_n + 300$.

a. Calculer v_0 , puis montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 1,05$.

b. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n , puis montrer que
 $u_n = 600 \times 1,05^n - 300$

3. Est-il correct d'affirmer que la surface envahie par les chardons aura doublé au bout de huit semaines ? Justifier la réponse.

Exercice 5

En 1995, le taux de scolarisation des jeunes de 18 ans atteignait 84,8 %, du fait d'une forte progression de la poursuite d'études dans le second cycle général et technologique jusqu'au baccalauréat.

Une étude de l'INSEE montre que ce taux de scolarisation a régulièrement diminué au cours des dix années suivantes.

On considère que la diminution du taux de scolarisation à 18 ans est chaque année de 1 % à partir de 1995.

Pour tout entier naturel n , on modélise le taux de scolarisation des jeunes de 18 ans en $1995 + n$, par une suite (u_n) ; ainsi $u_0 = 84,8$.

1. Quel est le taux de scolarisation des jeunes âgés de 18 ans en 1996 ?

2. Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (u_n)

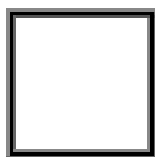
3. Résoudre $u_n \leq 80$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

5. Quel est le taux de scolarisation des jeunes de 18 ans en 2005 ?

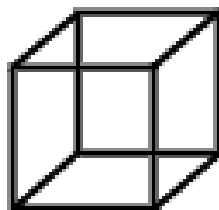
Corrections

1
Line



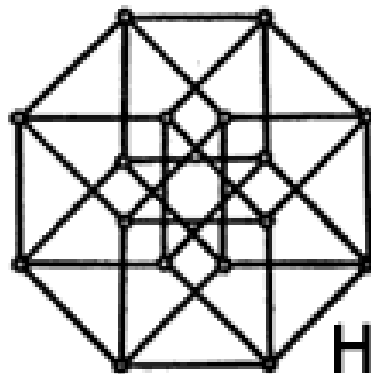
2

Square



3

Cube

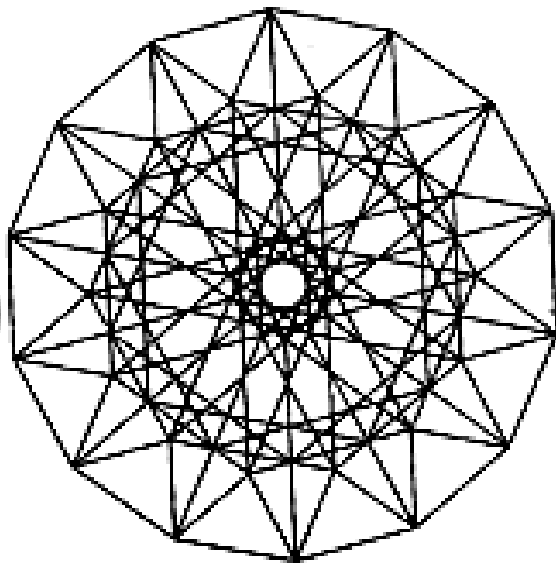


4

Hypercube

5

Regular
Polytope



Sujet de préparation CORRECTION

Corrigé Savoir Sag. 5

1) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q \in]0; 1[$

$\Rightarrow$ La suite est **décroissante**

2) La suite (v_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q = \frac{7}{3} > 1$.

La suite est **croissante**

3) La suite (z_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $z_0 = 12$ et de raison négative $R = -8$

La suite est **décroissante**

4) La suite (a_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $q = \frac{1}{9} \in]0; 1[$.

La suite est **croissante**

Corrigé Savoir Sag. 6

1) (a_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $a_0 = 6$ et de raison positive : elle est **croissante**.

Il s'agit donc de résoudre : $a_n > 63 \Leftrightarrow 0,5n + 6 > 63 \Leftrightarrow n > \frac{57}{0,5} \Leftrightarrow n > 114$

a_n sera donc au-dessus de 63 à **partir de $n = 115$** . (pour $n = 114$, ce n'est pas « au-dessus », c'est égal à 63).

2) (b_n) est géométrique de 1^{er} terme $b_1 = 342$ et de raison $q = 0,8 \in]0; 1[$.

Elle est donc **décroissante**. Il s'agit donc de résoudre : $b_n < 80$

A l'aide de la calculatrice, on détermine que : $b_7 > 80$ et $b_8 < 80$.

b_n sera donc en-dessous de 80 à **partir du rang $n = 8$** .

Corrigé Savoir Sag. 7

1) (a_n) est une suite géométrique, de premier terme $a_1 = 238$ et de raison 0,92

La raison $q \in]0; 1[\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

2) (b_n) est une suite arithmétique de raison positive $R = \frac{7}{5} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = +\infty$

3) (v_n) est une suite géométrique, de premier terme positif et de raison supérieure à 1

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$

4) (s_n) est une suite géométrique, de premier terme $s_0 = 1\,500$ et de raison $\frac{1}{4}$

La raison $q \in]0; 1[\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 0$

Correction Type bac

1. $u_1 = 4\,600 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) = 4\,600 \times 1,02 = 4\,692$ **La ville A aura 4 692 habitants en 2011**
 $v_1 = 5\,100 + 110 = 5\,210$ **La ville B aura 5 210 habitants en 2011**

2. Augmenter de 2% revient à multiplier par 1,02 d'une année sur l'autre : (u_n) est une suite **géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 4\,600$ et de raison $q = 1,02$**

Pour la ville B, on ajoute 110 d'une année sur l'autre : (v_n) est une suite **arithmétique de 1^{er} terme $v_0 = 5\,100$ et de raison 5 210**

3. $u_n = u_0 \times q^n = 4\,600 \times 1,02^n$
L'année 2020 correspond à $n = 10$ et $u_{10} = 4\,600 \times 1,02^{10} \simeq 5\,607$:
La ville A a 5 607 habitants en 2020.

4. $v_n = v_0 + nR = 5\,100 + 110n$. On a $v_{10} = 5\,100 + 110 \times 10 = 6\,200$
La ville B a 6 200 habitants en 2020.

5. (u_n) a son premier terme positif et sa raison supérieure à 1, et (v_n) a sa raison positive : les suites (u_n) et (v_n) sont croissantes.

En affichant à la calculatrice les termes des deux suites, on trouve :

$u_{31} \simeq 8\,499$ et $v_{31} \simeq 8\,510$ donc on a encore $u_{31} < v_{31}$

Mais $u_{32} \simeq 8\,669$ et $v_{32} \simeq 8\,620$ donc cette fois $u_{32} > v_{32}$

C'est au bout de 32 ans, à partir de 2042, que la ville A aura plus d'habitants que la ville B

CORRECTION

Entraînements savoirs

Savoir Sag. 5 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

- 1) La suite (v_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q \in]0; 1[$.
Donc la suite est **décroissante**
- 2) (C_n) est arithmétique et a une raison positive. Donc la suite est **croissante**.
- 3) La suite (a_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q = \frac{3}{7} \in]0; 1[$.
Donc la suite est **décroissante**
- 4) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $q > 1 \Rightarrow$ suite **décroissante**

Corrigé Entraînement n°2

- 1) La suite (t_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $t_1 = 27$ et de raison négative -4
Donc la suite est **décroissante**
- 2) La suite (a_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q = \frac{5}{3} > 1$.
Donc la suite est **croissante**
- 3) La suite (b_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $0 < q < 1$.
Donc la suite est **croissante**
- 4) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $q = 1,05 > 1$.
Donc la suite est **décroissante**

Corrigé Entraînement n°3

- 1) (a_n) est une suite géométrique, de premier terme $a_1 = 238$ et de raison $0,92$
Le premier terme est positif et la raison $q \in]0; 1[\Rightarrow$ La suite est **décroissante**
- 2) (b_n) est une suite arithmétique de raison positive $R = \frac{7}{5} \Rightarrow$ La suite est croissante
- 3) (v_n) est une suite géométrique, de premier terme positif et de raison supérieure à 1
 $\Rightarrow$ La suite est **croissante**
- 4) (s_n) est une suite géométrique, de premier terme $s_0 = -1\,500$ et de raison $\frac{1}{4}$
Le premier terme est négatif et la raison $q \in]0; 1[\Rightarrow$ La suite est **croissante**

Savoir Sag. 6 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 4000$ et de raison $q = 1,3 > 1$.

Elle est donc **croissante**. Il s'agit donc de résoudre : $u_n > 150\,000$

A l'aide de la calculatrice, on détermine que : $u_{13} < 150\,000$ et $u_{14} > 150\,000$.

u_n sera donc au-dessus de 150 000 à partir du rang $n = 14$.

2) (v_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $v_1 = 256$ et de raison négative (-3) : elle est **décroissante**. Il s'agit donc de résoudre : $v_n \leq 0$

$$\Leftrightarrow 256 - 3(n - 1) \leq 0 \Leftrightarrow 256 - 3n + 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3n \leq -259 \Leftrightarrow n \geq \frac{259}{3} (\approx 86,3)$$

v_n sera donc négatif à partir de $n = 87$.

Corrigé Entraînement n°2

1) (w_n) est une suite arithmétique de 1^{er} terme $w_0 = 7000$ et de raison négative : elle est **décroissante**. Il s'agit donc de résoudre : $w_n < 1200$

$$\Leftrightarrow 7000 - 6n < 1200 \Leftrightarrow -6n < -5800 \Leftrightarrow n > \frac{5800}{6} (\approx 966,7)$$

w_n sera donc en-dessous de 1200 à partir de $n = 967$.

2) (z_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $z_1 = 30$ et de raison $q = 1,7 > 1$. Elle est donc **croissante**. Il s'agit donc de résoudre : $z_n > 1600$

A l'aide d'un tableau de valeurs sur la calculatrice, on détermine que : $z_8 < 1600$ et $z_9 > 1600$.

z_n sera donc au-dessus de 1600 à partir du rang $n = 9$.

Corrigé Entraînement n°3

1) (a_n) est arithmétique de 1^{er} terme $a_0 = 1520$ et de raison positive 16 : elle est donc **croissante**

$$\text{On cherche : } 1520 + 16n > 52\,100 \Leftrightarrow 16n > 50\,580 \Leftrightarrow n > \frac{50580}{16}$$

$$\text{or } \frac{50580}{16} \approx 3\,161,25 \Rightarrow \text{à partir du rang } 3\,162$$

2) La suite (b_n) est géométrique de 1^{er} terme $b_1 = 3\,200$ positif, et de raison 0,93 inférieure à 1, elle est donc décroissante : On cherche $b_n < 1\,530$

À la calculatrice, on trouve $b_{11} \approx 1\,548$ et $b_{12} \approx 1\,440 \Rightarrow$ à partir du rang 12

Savoir Sag. 7 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) La suite (t_n) est une suite arithmétique de raison négative -4 donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = -\infty$

2) La suite (a_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q = \frac{5}{3} > 1$.
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$

3) La suite (a_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $0 < q < 1$.
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

4) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $q = 1,05 > 1$.
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

Corrigé Entraînement n°2

1) La suite (v_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q \in]0; 1[$.
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$

2) (C_n) est arithmétique et a une raison positive. Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} C_n = +\infty$

3) La suite (a_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q = \frac{3}{7} \in]0; 1[$.
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

4) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $q > 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

Corrigé Entraînement n°3

1) (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q \in]0; 1[\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

2) La suite (v_n) est géométrique de 1^{er} terme positif et de raison $q = \frac{7}{3} > 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$

3) La suite (z_n) est arithmétique de 1^{er} terme $z_0 = 12$ et de raison négative $R = -8$
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} z_n = -\infty$

4) La suite (a_n) est géométrique de 1^{er} terme négatif et de raison $q = \frac{1}{9} \in]0; 1[\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$

Type Bac CORRECTION

Correction Exercice 1

1. a. $u_1 = 180 + \frac{4}{100} \times 180 = 187,2 \Rightarrow$ Il y aurait **187 200 spectateurs en 2019.**

b. Augmenter de 4 % revient à multiplier par $1 + \frac{4}{100} = 1,04$ d'une année sur l'autre. On a $u_{n+1} = 1,04u_n \Rightarrow$ la suite (u_n) est bien **géométrique, de raison 1,04** et de 1^{er} terme $u_0 = 180$.

c. $u_n = u_0 \times q^n = 180 \times 1,04^n$

2. a. On soustrait 10 d'une année sur l'autre, donc $v_{n+1} = v_n - 10 \Rightarrow$ la suite (v_n) est arithmétique de raison -10 et de 1^{er} terme $v_0 = 260$

b. La suite (u_n) est géométrique de 1^{er} terme positif et de raison supérieure à 1, elle est donc **croissante**, la suite (v_n) est arithmétique de raison négative, elle est donc **décroissante**.

c. En affichant à la calculatrice les termes des deux suites, on trouve :

$u_4 \simeq 211$ et $v_4 \simeq 220$ donc on a encore $u_4 < v_4$

Mais $u_5 \simeq 219$ et $v_5 \simeq 210$ donc cette fois $u_5 > v_5$

Selon ces modèles, c'est au bout de 5 ans, à partir de 2023, que le nombre de spectateurs du complexe risque de dépasser celui du cinéma de centre-ville.

Correction Exercice 2

1. a. $h_1 = 1,6$ et $h_2 = \frac{4}{5} \times 1,6 = 1,28$. b. $h_{n+1} = \frac{4}{5} h_n$

c. La suite (h_n) est **géométrique** de raison $\frac{4}{5}$ et de 1^{er} terme $h_0 = 2$

d. La suite géométrique (h_n) a son 1^{er} terme positif et une raison $q \in]0; 1[$: elle est donc **décroissante**

2. On cherche $h_n \leq 0,2$

À la calculatrice, on trouve $h_{10} \simeq 0,215$ et $h_{11} \simeq 0,172 \Rightarrow$ **à partir du rang $N = 11$**

3. On sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} h_n = 0$ donc, oui, au bout d'un grand temps, la balle ne rebondira plus

Correction Exercice 3

1. $B3 : " = B2 * 1,03 "$

2. a. Pour la 1^{ère} estimation, augmenter de 3% revient à multiplier par $1 + \frac{3}{100} = 1,03$ d'une semaine à l'autre, donc on a $u_{n+1} = 1,03u_n$: la suite (u_n) est **géométrique** de raison 1,03 et de 1^{er} terme $u_1 = 1000$.

Pour la 2^{ème} estimation, on ajoute 40 d'une semaine à l'autre, donc on a $v_{n+1} = v_n + 40$: la suite (v_n) est **arithmétique** de raison 40 et de 1^{er} terme $v_1 = 1000$.

b. $v_n = v_1 + (n - 1)R = 1000 + 40(n - 1) = 100 + 40n - 40 = \mathbf{960 + 40n}$. CQFD

c. $u_n = v_1 \times q^{n-1} = \mathbf{1000 \times 1,03^{n-1}}$

3. On cherche $v_n \leq u_n \Leftrightarrow v_n - u_n \leq 0 \Leftrightarrow w_n \leq 0$

D'après le tableau, on voit que $w_{20} = 6 > 0$ alors que $w_{21} = -6 < 0$

C'est donc à la **21^e semaine** que le nombre de journaux vendus d'après la 1^e estimation deviendrait supérieur au nombre de journaux vendus d'après la 2^e estimation.

Correction Exercice 4

1. a. $u_1 = 300 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) + 15 = 300 \times 1,05 + 15 = \mathbf{330}$ et $u_2 = 1,05 \times 330 + 15 = \mathbf{361,5}$

b. On a : $u_1 - u_0 = 30$ et $u_2 - u_1 = 31,5 \neq 30$ On n'ajoute pas le même nombre d'un terme à l'autre : la suite n'est **pas arithmétique**

On a : $\frac{u_1}{u_0} = 1,1$ et $\frac{u_2}{u_1} \simeq 1,095 \neq 1,1$ On ne multiplie pas par le même nombre d'un terme à l'autre : la suite n'est **pas géométrique**

2. a. $v_0 = u_0 + 300 = 300 + 300 = 600$

Pour montrer que la suite (v_n) est géométrique ; il faut prouver que $v_{n+1} = qv_n$

Or $v_{n+1} = u_{n+1} + 300$

et comme $u_{n+1} = 1,05u_n + 15$, on a $v_{n+1} = 1,05u_n + 15 + 300 = 1,05u_n + 315$

Mais on veut en fonction de v_n : il faut donc exprimer u_n en fonction de v_n

Comme on a $v_n = u_n + 300$, on en déduit que $u_n = v_n - 300$

Donc $v_{n+1} = 1,05(v_n - 300) + 315 = 1,05v_n - 315 + 315$ Et au final on a bien $v_{n+1} = \mathbf{1,05v_n}$

$\Rightarrow$ La suite (v_n) est une suite **géométrique** de raison $q = 1,05$ et de 1^{er} terme $v_0 = 600$

b. $v_n = v_0 \times q^n = \mathbf{600 \times 1,05^n}$

Or on a déjà vu que $u_n = v_n - 300 = \mathbf{600 \times 1,05^n - 300}$ CQFD

3. On cherche $u_8 = 600 \times 1,05^8 - 300 \simeq 586,47$ donc $u_8 < 2 \times 300$

Non elle n'aura pas encore tout-à-fait doublé de surface.

Correction Exercice 5

1. $u_1 = u_0 \times \left(1 - \frac{1}{100}\right) = 84,8 \times 0,991 = \mathbf{83,952}$

Le taux de scolarisation des jeunes âgés de 18 ans est de 83,952 % en 1996

2. Diminuer de 1% revient à multiplier par $1 - \frac{1}{100} = 0,99$ d'une année à l'autre.

On a alors $u_{n+1} = 0,99u_n$: la suite (u_n) est **géométrique** de raison 0,99 et de 1^{er} terme $u_0 = 84,8$.

3. En calculant les termes successifs à l'aide de la calculatrice, on trouve :

$$u_5 \simeq 80,6 \geq 80 \text{ mais } u_6 \simeq 79,8 \leq 80 \text{ C'est donc à partir de } \mathbf{n = 6}$$

En 2001, le taux de scolarisation passe sous les 80 %

4. $u_n = u_0 \times q^n = \mathbf{84,8 \times 0,99^n}$

5. L'année 2005 correspond à $n = 10$ et on a $u_{10} = 84,8 \times 0,99^{10} \simeq \mathbf{76,69}$

Le taux de scolarisation en 2005 est d'environ 76,69 %