

Savoir Vps. 2 : Techniques de calcul vectoriel

Entraînement n°1

1) Simplifier quand c'est possible les expressions suivantes (et signaler quand ça ne l'est pas) :

a) $\overrightarrow{ML} + \overrightarrow{OL}$

b) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{ME}$

c) $3\overrightarrow{RF} - 3\overrightarrow{AF}$

d) $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{UB} + \overrightarrow{AB}$

2) a) Introduire le point M dans l'expression vectorielle : $\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$

b) Introduire le point N dans l'expression vectorielle : $-\overrightarrow{VI}$

c) Introduire le point B dans l'expression vectorielle et simplifier : $\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD}$

3) a) On donne l'égalité vectorielle $2\overrightarrow{RE} - 5\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{0}$. Exprimer $\overrightarrow{MR}$ en fonction de $\overrightarrow{EM}$.

b) On donne l'égalité $3\overrightarrow{YO} + 2\overrightarrow{UI} - \overrightarrow{PI} = 2\overrightarrow{UP} - \overrightarrow{OY}$. Exprimer $\overrightarrow{YO}$ en fonction de $\overrightarrow{IP}$

c) On donne l'égalité vectorielle $3\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AM} + 6\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$. Exprimer $\overrightarrow{PA}$ en fonction de $\overrightarrow{AM}$ et de $\overrightarrow{MB}$

d) On donne l'égalité vectorielle $3\overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{AC}$. Exprimer $\overrightarrow{SB}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

Entraînement n°2

1) Simplifier quand c'est possible les expressions suivantes (et signaler quand ça ne l'est pas) :

a) $2\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB}$

b) $\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{DG}$

c) $\frac{1}{2}\overrightarrow{ST} + \frac{3}{6}\overrightarrow{RS}$

d) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

2) a) Introduire le point M dans l'expression vectorielle : $-\overrightarrow{DC}$

b) Introduire le point N dans l'expression vectorielle : $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

c) Introduire le point P dans l'expression vectorielle et simplifier : $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$

3) a) On donne l'égalité $3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{BC}$. Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{CA}$

b) On donne l'égalité vectorielle $4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$

a) On donne l'égalité vectorielle $4\overrightarrow{GR} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{0}$. Exprimer $\overrightarrow{BI}$ en fonction de $\overrightarrow{GR}$ et de $\overrightarrow{GB}$

b) On donne l'égalité vectorielle $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{BC}$. Exprimer $\overrightarrow{MA}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$

Entraînement n°3

1) Simplifier quand c'est possible les expressions suivantes (et signaler quand ça n'est pas possible) :

a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA}$

b) $5\overrightarrow{CR} + 5\overrightarrow{CD}$

c) $-\overrightarrow{OV} + \overrightarrow{HV}$

d) $2\overrightarrow{ZE} + \overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{AZ}$

2) a) Introduire le point **A** dans l'expression vectorielle : $-\overrightarrow{PC}$

b) Introduire le point **S** dans l'expression vectorielle : $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

c) Introduire le point **M** dans l'expression vectorielle et simplifier : $\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{DA}$

3) a) On donne l'égalité vectorielle $\frac{1}{2}\overrightarrow{BM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = 4\overrightarrow{BC}$. Exprimer $\overrightarrow{BM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{CB}$

b) On donne l'égalité $3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AD}$. Exprimer $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{CD}$

c) On donne l'égalité vectorielle $3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.

d) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{CB} = 4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{EB}$. Exprimer $\overrightarrow{EM}$ en fonction de $\overrightarrow{EC}$

Savoir Vps. 2 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

- 1) a) impossible b) à moitié possible : $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ME} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ME}$
- c) $3\overrightarrow{RF} - 3\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{RF} + 3\overrightarrow{FA} = 3(\overrightarrow{RF} + \overrightarrow{FA}) = 3\overrightarrow{RA}$ d) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{UB} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BU} = \overrightarrow{GU}$
- 2) a) $\frac{3}{2}\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{3}{2}\overrightarrow{ME}$ b) $-\overrightarrow{VI} = -\overrightarrow{VN} - \overrightarrow{NI}$
- c) $\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{DB}$
On peut éventuellement aller plus loin : $= \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$
- 3) a) $2\overrightarrow{RE} - 5\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{RM} + 2\overrightarrow{M} - 5\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MR} = 2\overrightarrow{EM} \Leftrightarrow \overrightarrow{MR} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EM}$
- b) $3\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AM} + 6\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{PA} = -\overrightarrow{AM} + 6\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{MB}$
- c) $3\overrightarrow{YO} + 2\overrightarrow{UI} - \overrightarrow{PI} = 2\overrightarrow{UP} - \overrightarrow{OY} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{YO} + \overrightarrow{OY} = 2\overrightarrow{UP} - 2\overrightarrow{UI} + \overrightarrow{PI} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{YO} = 2\overrightarrow{UP} + 2\overrightarrow{IU} + \overrightarrow{PI}$
 $\Leftrightarrow 2\overrightarrow{YO} = 2\overrightarrow{IP} + \overrightarrow{PI} = \overrightarrow{IP} \Leftrightarrow \overrightarrow{YO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IP}$
- d) $3\overrightarrow{SA} + 2\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{SB} + 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
 $4\overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{SB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Corrigé Entraînement n°2

- 1) a) en partie $2\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{AD}$
- c) $\frac{1}{2}\overrightarrow{ST} + \frac{3}{6}\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ST} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RT}$ d) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AC}$
- 2) a) $-\overrightarrow{DC} = -\overrightarrow{DM} - \overrightarrow{MC}$ b) $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AN} + \frac{3}{4}\overrightarrow{NB}$
- c) $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB} - 3\overrightarrow{BP} - 3\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC}$
- 3) a) $3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AM} = 4\overrightarrow{BC} + 5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$
 $\Leftrightarrow -5\overrightarrow{AM} = 4\overrightarrow{BC} + 5\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow -5\overrightarrow{AM} = 5\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow -5\overrightarrow{AM} = 5\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CA}$
- b) $4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{BC} = 7\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{7}{4}\overrightarrow{BC}$

$$\text{c) } 4\overrightarrow{GR} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow -2\overrightarrow{IB} = -4\overrightarrow{GR} - \overrightarrow{BG} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BI} = -4\overrightarrow{GR} + \overrightarrow{GB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} = -2\overrightarrow{GR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} &= 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} \\ \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\overrightarrow{MA} &= 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} \end{aligned}$$

Corrigé Entraînement n°3

$$1) \text{ a) } \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM} \quad \text{b) non} \quad \text{c) } \overrightarrow{VO} + \overrightarrow{HV} = \overrightarrow{HO} \quad \text{d) } 2\overrightarrow{ZE} + 2\overrightarrow{AZ} + \overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AE}$$

$$2) \text{ a) } -\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{AC} \quad \text{b) } \frac{1}{2}\overrightarrow{AS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} \quad \text{c) } \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{DM} - 2\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MD}$$

$$3) \text{ a) } \frac{1}{2}\overrightarrow{BM} = 4\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = 8\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - 8\overrightarrow{CB}$$

$$\text{b) } 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$\text{c) } \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{CB}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{CB} &= 4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EM} - 2\overrightarrow{EM} + 2\overrightarrow{CB} = 4\overrightarrow{ME} + 4\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EB} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EM} - 2\overrightarrow{EM} + 4\overrightarrow{EM} &= 4\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{BE} - 2\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{EM} = 4\overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{BE} + 2\overrightarrow{EC} = 6\overrightarrow{EC} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{EM} &= 2\overrightarrow{EC} \end{aligned}$$