Corrections Savoir Pb.5

Corrigé Exercice 23

1. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - 0{,}3)^n = 1 - 0{,}7^n$. On cherche donc à résoudre :
$1 - 0{,}7^n = 0{,}9953$. À l'aide de la calculatrice, on observe que : $1 - 0{,}7^{15} \simeq 0{,}99525$. C'est pour $\boldsymbol{n = 15}$ $p(X \geq 1)$ est le plus proche de 0,9953.

2. **a.** On suppose que $n = 130$. $P(\mathrm{Y} \leq 100) \simeq \mathbf{0,723}$
   b. À l'aide de la calculatrice, on détermine que pour $n = 123$, on a $P(Y \leq 100) \simeq 0{,}96$ alors que pour $n = 124$, on a $P(Y \leq 100) \simeq 0{,}943$:
   Donc c'est à partir de $\boldsymbol{n = 124}$ que $\boldsymbol{P(Y \leq 100)} < 0{,}95$.

Corrigé Exercice 24

1. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de personnes habitant à plus de 10 km d'une antenne.
Il s'agit de la répétition de 300 épreuves identiques et indépendantes, où la probabilité de succès est de 0,28. X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 300$ et $p = 0{,}28$.
On a donc $P(X \geq 80) = 1 - P(X \leq 79) \simeq \mathbf{0,716}$.
La probabilité qu'il y ait au moins 80 personnes habitant à plus de 10 km d'une antenne est d'environ 71,6%.

2. On cherche n tel que $P(X \geq 80) > 0{,}95 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 79) > 0{,}95 \Leftrightarrow \boldsymbol{P(X \leq 79)} < 0{,}05$.
À la calculatrice, on trouve pour $n = 331$, $P(X \leq 79) \simeq 0{,}052$ et pour $n = 332$, $P(X \leq 79) \simeq 0{,}048$.
Il faudrait interroger au moins 332 personnes.

Corrigé Exercice 25

1. **a.** Il s'agit d'une répétition de 700 tirages identiques et indépendants où la probabilité de succès est 0,6 : la variable X suit donc une loi binomiale de paramètres $\boldsymbol{n = 700}$ et $\boldsymbol{p = 0,6}$
   b. On a $P(X > 400) = 1 - P(X \leq 400) \simeq 0{,}9333$
   La meilleure approximation de $\boldsymbol{P(X > 400)}$ est donc 0,93

2. On cherche $P(X \geq 400) > 0{,}9 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 399) > 0{,}9 \Leftrightarrow P(X \leq 399) < 0{,}1$.
On sait déjà que $n \leq 700$, puisqu'on avait alors une probabilité de 93 %.
On procède par tâtonnements : Pour $n = 693$ on a $P(X \leq 399) \simeq 0{,}103$ alors que pour $n = 694$ on a $P(X \leq 399) \simeq 0{,}095$.
Il faudra don interroger 694 personnes

Corrigé Exercice 26

1. **a.** On constate à la calculatrice que : $p(X \leq 5) < 0{,}5 < p(X \leq 6)$ donc $k = 5$.

   b. On veut avoir : $p(X > k) \geq 0{,}3 \Leftrightarrow 1 - p(X \leq k) \geq 0{,}3 \Leftrightarrow p(X \leq k) \leq 0{,}7$.
   On constate à la calculatrice que : $p(X \leq 6) < 0{,}7 < p(X \leq 7)$ donc $k = 6$.

   c. On a les équivalences : $p(4 \leq X \leq k) > 0{,}4 \Leftrightarrow p(X \leq k) - p(X \leq 3) > 0{,}4$.
   On dresse à la calculatrice le tableau de valeurs de $p(X \leq k) - p(X \leq 3)$.
   On observe que $p(X \leq 5) - p(X \leq 3) < 0{,}4 < p(X \leq 6) - p(X \leq 3)$.
   Il faut donc que k soit au minimum égal à 6.

2. **a.** On veut avoir : $p(Y < n) > 0{,}5$. Or on constate que : $p(Y \leq 4) < 0{,}5 < p(Y \leq 5)$.
   Autrement dit : $p(Y < 5) < 0{,}5 < p(Y < 6)$. Il faut donc $n = 6$.

   b. On veut avoir : $p(4 \leq Y \leq n) \geq 0{,}8 \Leftrightarrow p(Y \leq n) - p(Y \leq 3) \geq 0{,}8$.
   On dresse à la calculatrice le tableau de valeurs de $p(Y \leq n) - p(Y \leq 3)$.
   On constate que $p(Y \leq 6) - p(Y \leq 3) < 0{,}8 < p(Y \leq 7) - p(Y \leq 3)$.
   On doit donc avoir $n = 7$.