
Entraînement 1

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y' + 5y = 2e^{-5t}$$

1) Soit g la fonction définie par : $g(t) = 2te^{-5t}$.

Montrer que g est une solution de l'équation différentielle (E).

2) Quelle est la forme générale des solutions de l'équation différentielle (H) : $y' + 5y = 0$?

3) En déduire la forme générale des solutions de l'équation différentielle (E).

Entraînement 2

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y' - \frac{2}{3}y = 1 - 2t^2$$

1) Quelle est la forme générale des solutions de l'équation différentielle (H) : $y' - \frac{2}{3}y = 0$?

2) Soit f_0 la fonction définie par : $f_0(t) = 3t^2 + 9t + 12$.

Montrer que f_0 est une solution de l'équation différentielle (E).

3) En déduire la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 14$.

Corrigé Entraînement 1

- 1) On calcule : $g' + 5g = 2e^{-5t} + 2t(-5e^{-5t}) + 5(2te^{-5t}) = 2e^{-5t} - 10te^{-5t} + 10te^{-5t}$.
Donc $g' + 5g = 2e^{-5t}$: **g est bien une solution de (E).**
- 2) On a : (H) : $y' + 5y = 0 \Leftrightarrow y' = -5y$.
La forme générale des solutions de (H) est donc : **$y = Ke^{-5t}$** avec $K \in \mathbb{R}$.
- 3) g étant une solution particulière de (E), la forme générale des solutions de (E) est donc :
 $y = Ke^{-5t} + g$ c'est-à-dire **$y = Ke^{-5t} + 2e^{-5t}$** .

Corrigé Entraînement 2

- 1) On a : (H) : $y' - \frac{2}{3}y = 0 \Leftrightarrow y' = \frac{2}{3}y$.
La forme générale des solutions de (H) est donc : **$y = Ke^{\frac{2}{3}t}$** avec $K \in \mathbb{R}$.
- 2) On calcule : $f'_0 - \frac{2}{3}f = 6t + 9 - \frac{2}{3}(3t^2 + 9t + 12) = 6t + 9 - 2t^2 - 6t - 8 = 1 - 2t^2$.
Donc $f'_0 - \frac{2}{3}f = 1 - 2t^2$: **f_0 est bien une solution de (E).**
- 3) f_0 étant une solution particulière de (E), f est donc de la forme :
 $f(t) = Ke^{\frac{2}{3}t} + f_0 = Ke^{\frac{2}{3}t} + 3t^2 + 9t + 12$.
On a $f(0) = 12 \Rightarrow K + 12 = 14 \Rightarrow K = 2$.
On a donc : **$f(t) = 2e^{\frac{2}{3}t} + 3t^2 + 9t + 12$**