Corrigés Savoirs Fc. 7

Corrigé Exercice 19

1) a)

x	–8		2		8
$f(x)$		+	0	–	

b)

x	–8		–4		8
$f'(x)$		+	0	–	

c)

x	–8		–1		8
$f''(x)$		–	0	+	

d) f est concave sur [–8 ; –1] et convexe sur [–1 ; 8].

e) Il y a donc un seul point d'inflexion, dont les coordonnées sont : (–1 ; 2).

2) a)

x	–8		3		5
$g(x)$		–	0	+	

b)

x	–8		–3		5
$g'(x)$		–	0	+	

c)

x	–8		5
$g''(x)$		+	

d) g est convexe sur [–8 ; 5].

e) Il n'y a pas de point d'inflexion.

3) a)

x	–7		3		8
$h(x)$		+	0	–	

b)

x	–7		8
$h'(x)$		–	

c)

x	–7		8
$h''(x)$		0	

d) h est à la fois convexe et concave sur [–8 ; 5] : c'est un morceau de fonction affine…

e) Il n'y a pas de point d'inflexion

Un peu plus…

4) a)

x	–8		–7		–3		4		8
$a(x)$		–	0	+	0	–	0	+	

b)

x	–8		–5		2		7		8
$a'(x)$		+	0	–	0	+	0	–	

c)

x	–8		–3		5		8
$a''(x)$		–	0	+	0	–	

d) a est concave sur [–8 ; –3] et sur [5 ; 8]. Elle est convexe sur [–3 ; 5]

e) Il y a donc deux points d'inflexion, dont les coordonnées sont : (–5 ; 3) et (5 ; 5).

Corrigé Exercice 20

1) a)

x	–7		–6		3		8
$f'(x)$		–	0	+	0	–	

b) f est décroissante sur [–7 ; –6] et sur [3 ; 8]. Elle est croissante sur [–6 ; 3].

c) On a :

x	–7		–2		8
$f'(x)$		↗		↘	

On en déduit donc :

x	–7		–2		8
$f''(x)$		+	0	–	

d) f'' change de signe une seule fois, donc la courbe de f a un seul point d'inflexion en $x = -2$.

2) a)

x	–7		–5		0		5		8
$g'(x)$		+	0	–	0	+	0	–	

b) g est croissante sur [–7 ; –5] et sur [0 ; 5]. Elle est décroissante sur [–5 ; 0] et sur [5 ; 8].

c) On a :

x	–7		–2		3		8
$g'(x)$		↘		↗		↘	

On en déduit donc :

x	–7		–2		3		8
$g''(x)$		–	0	+	0	–	

d) g'' change de signe à deux reprises.
La courbe de g a donc deux points d'inflexion en $x = -2$ et en $x = 3$.

Corrigé Exercice 21

1) a) Dans le tableau de f' qui est donné, on observe l'évolution du signe des valeurs de f'. On a ainsi :

x	–2		1		10
$f'(x)$		–	0	+	

b) Là où f' est croissante, f'' est positive… On a ainsi :

x	–2		3		10
$f''(x)$		+	0	–	

c) Là où f' est positive (voir question a), la fonction f est croissante. On a ainsi :
f est décroissante sur $[-2; 1]$ et croissante sur $[1; 10]$.

2) a)

x	0		3		11		15
$g'(x)$		–	0	+	0	–	

b)

x	0		2		6		15
$g''(x)$		–	0	+	0	–	

c) g est décroissante sur $[0; 3]$ et sur $[11; 15]$ et elle est croissante sur $[1; 10]$.

Corrigé Exercice 22

QCM 1 **1.** Réponse **C** **2.** Réponse **A**

QCM 2 1. Réponse **C** 2. Réponse **D**

3. Réponse **B**

Corrigé Exercice 23

Vrai/faux 1

Proposition fausse : d'après la courbe de *f''* la dérivée seconde est négative sur [1 ; 4] ⇒ la fonction *f* est donc plutôt **concave sur l'intervalle [1 ; 4].**

Vrai/faux 2

Proposition a : **Vrai** : la dérivée seconde s'annule en *x = −2* et en *x = 3* et y change de signe les deux fois : **il y a donc 2 points d'inflexion**

Proposition b : **Faux** : la dérivée seconde y est négative, on a donc plutôt la fonction *f* qui est concave sur [−2 ; 3]

Proposition c : **Faux** : La courbe 1 a un minimum local en −2, alors que la courbe de *f* doit y avoir un point d'inflexion (voir tableau)

x	*−3*		*−2*		*3*		*9*
f''(x)		*+*	*0*	*−*	*0*	*+*	
f(x)		*convexe*	*|*	*concave*	*|*	*convexe*	
			pt inflexion		*pt inflexion*		

Corrigé Vrai/faux 3

Proposition a . **Faux**. L'équation $f(x) = 1$ admet exactement **deux** solutions dans l'intervalle $[-2 ; 3]$.

Proposition b. **Vrai :** Elle est même convexe sur l'intervalle [0 ; 3] puisque le point d'inflexion a tout l'air d'être B (la courbe y traverse sa tangente)

Proposition c. **Vrai** : la tangente y est horizontale, donc son nombre dérivé est nul : $f'(-1) = 0$.

Proposition d**. Vrai :** On cherche le coefficient directeur de la tangente (BD) qui est bien $f'(0) = \frac{-2}{2} = -1$.

Proposition e. **Faux :** On a par contre $f''(x) > 0$ sur l'intervalle [1 ; 3] vu que la fonction y es convexe. Et *f'(x)* y est croissante

Corrigé Exercice 24

1. $f(0) = -5$ $f(1) = 0$ $f'(0) = 6$ et $f'(6) = -0,5$

2. Oui**, en E car la courbe y traverse sa tangente**

4. $f(x) = 4$ a deux solutions ⇒ On a $2 < x_1 < 3$ et $13 < x_2 < 14$

Corrigé Exercice 25

A **1.** $f(-1) = -2 \times (-1+2)e^{-(-1)} = \boldsymbol{-2e} \simeq \boldsymbol{-5,44}$

2. $f'(x) = -2e^{-x} - 2(x+2) \times (-e^{-x}) = (-2+2x+4)e^{-x} = (2x+2)e^{-x} = \boldsymbol{2(x+1)e^{-x}}$

3.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$2(x+1)$		$-$	0	$+$	
e^{-x}		$+$	$\vert$	$+$	
$\boldsymbol{f'(x)}$		$-$	$\mathbf{0}$	$+$	
$f(x)$		↘	$-2e$	↗	

B

La courbe C_3 représente la fonction f (correspondant au tableau de variation)
La courbe C_1 représente la dérivée f' (négative sur $]-\infty; -1]$ positive sur $[-1; +\infty[$)

La courbe C_2 représente donc la dérivée seconde f''. On a d'après cette courbe :

x	-1		0		6
$\boldsymbol{f''(x)}$		$+$	$\mathbf{0}$	$-$	
$f(x)$	Convexe		$\vert$	Concave	

Donc f est convexe sur [-1 ; 0]