

Corrigés Savoirs Fc. 6

Corrigé Exercice 16

1) a)

x	-8	2	8
$f(x)$		+	0 -

b)

x	-8	-4	8
$f'(x)$		+	0 -

c)

x	-8	-1	8
$f''(x)$		-	0 +

d) f est concave sur $[-8 ; -1]$ et convexe sur $[-1 ; 8]$.

e) Il y a donc un seul point d'inflexion, dont les coordonnées sont : $(-1 ; 2)$.

2) a)

x	-8	3	5
$g(x)$		-	0 +

b)

x	-8	-3	5
$g'(x)$		-	0 +

c)

x	-8	5
$g''(x)$		+

d) g est convexe sur $[-8 ; 5]$.

e) Il n'y a pas de point d'inflexion.

3) a)

x	-7	3	8
$h(x)$		+	0 -

b)

x	-7	8
$h'(x)$		-

c)

x	-7	8
$h''(x)$		0

d) h est à la fois convexe et concave sur $[-8 ; 5]$: c'est un morceau de fonction affine...

e) Il n'y a pas de point d'inflexion

Un peu plus...

4) a)

x	-8	-7	-3	4	8
$a(x)$		-	0 +	0 -	0 +

b)

x	-8	-5	2	7	8
$a'(x)$		+	0 -	0 +	0 -

c)

x	-8	-3	5	8
$a''(x)$		-	0 +	0 -

d) a est concave sur $[-8 ; -3]$ et sur $[5 ; 8]$. Elle est convexe sur $[-3 ; 5]$

e) Il y a donc deux points d'inflexion, dont les coordonnées sont : $(-5 ; 0)$ et $(5 ; 5)$.

Corrigé Exercice 17

1) a)

x	-7	-6	3	8
$f'(x)$		-	0 +	0 -

b) f est décroissante sur $[-7 ; -6]$ et sur $[3 ; 8]$. Elle est croissante sur $[-6 ; 3]$.

c) On a :

x	-7	-2	8
$f'(x)$			

On en déduit donc :

x	-7	-2	8
$f''(x)$		+	0 -

d) f'' change de signe une seule fois, donc la courbe de f a un seul point d'inflexion en $x = -2$.

2) a)

x	-7	-5	0	5	8
$g'(x)$		+	0 -	0 +	0 -

b) g est croissante sur $[-7 ; -5]$ et sur $[0 ; 5]$. Elle est décroissante sur $[-5 ; 0]$ et sur $[5 ; 8]$.

c) On a :

x	-7	-2	3	8
$g'(x)$				

On en déduit donc :

x	-7	-2	3	8
$g''(x)$		-	0 +	0 -

d) g'' change de signe à deux reprises.

La courbe de g a donc deux points d'inflexion en $x = -2$ et en $x = 3$.

Corrigé Exercice 18

1) a) Dans le tableau de f' qui est donné, on observe l'évolution du signe des valeurs de f' . On a ainsi :

x	-2	1	10
$f'(x)$	-	0	+

b) Là où f' est croissante, f'' est positive... On a ainsi :

x	-2	3	10
$f''(x)$	+	0	-

c) Là où f' est positive (voir question a), la fonction f est croissante. On a ainsi :

f est décroissante sur $[-2; 1]$ et croissante sur $[1; 10]$.

2) a)

x	0	3	11	15	
$q'(x)$	-	0	+	0	-

b)

x	0	2	6	15	
$g''(x)$	-	0	+	0	-

c) g est décroissante sur $[0; 3]$ et sur $[11; 15]$ et elle est croissante sur $[3; 11]$.

Corrigé Exercice 19

QCM 1

1. Réponse C

2. Réponse A

QCM 2

1. Réponse C

2. Réponse D

3. Réponse B



Corrigé Exercice 20

Vrai/faux 1

Proposition fausse : d'après la courbe de f'' la dérivée seconde est négative sur $[1; 4]$ $\Rightarrow$ la fonction f est donc plutôt **concave** sur l'intervalle $[1; 4]$.

Vrai/faux 2

Proposition a : Vrai : la dérivée seconde s'annule en $x = -2$ et en $x = 3$ et y change de signe les deux fois : **il y a donc 2 points d'inflexion**

Proposition b : Faux : la dérivée seconde y est négative, on a donc plutôt la fonction f qui est concave sur $[-2; 3]$

Proposition c : Faux : La courbe 1 a un minimum local en -2 , alors que la courbe de f doit y avoir un point d'inflexion (voir tableau)

x	-3	-2	3	9				
$f''(x)$	+	0	-	0	+			
$f(x)$	convexe			concave			convexe	
	pt			pt			pt	
	inflexion			inflexion			inflexion	

Corrigé Vrai/faux 3

Proposition a. **Faux**. L'équation $f(x) = 1$ admet exactement **deux** solutions dans l'intervalle $[-2 ; 3]$.

Proposition b. **Vrai** : Elle est même convexe sur l'intervalle $[0 ; 3]$ puisque le point d'inflexion a tout l'air d'être B (la courbe y traverse sa tangente)

Proposition c. **Vrai** : la tangente y est horizontale, donc son nombre dérivé est nul : $f'(-1) = 0$.

Proposition d. **Vrai** : On cherche le coefficient directeur de la tangente (BD) qui est bien $f'(0) = \frac{-2}{2} = -1$.

Proposition e. **Faux** : On a par contre $f''(x) > 0$ sur l'intervalle $[1 ; 3]$ vu que la fonction y es convexe. Et $f'(x)$ y est croissante

Corrigé Exercice 21

1. $f(0) = -5$ $f(1) = 0$ $f'(0) = 6$ et $f'(6) = -0,5$

2. Oui, en E car la courbe y traverse sa tangente

4. $f(x) = 4$ a deux solutions $\Rightarrow$ On a $2 < x_1 < 3$ et $13 < x_2 < 14$

Corrigé Exercice 22

A 1. $f(-1) = -2 \times (-1 + 2)e^{-(-1)} = -2e \simeq -5,44$

2. $f'(x) = -2e^{-x} - 2(x + 2) \times (-e^{-x}) = (-2 + 2x + 4)e^{-x} = (2x + 2)e^{-x} = 2(x + 1)e^{-x}$

3.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$2(x + 1)$	$-$	0	$+$
e^{-x}	$+$	$ $	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$-2e$	$\nearrow$

B

La courbe C_3 représente la fonction f (correspondant au tableau de variation)

La courbe C_1 représente la dérivée f' (négative sur $] -\infty ; -1]$ positive sur $[-1 ; +\infty[)$

La courbe C_2 représente donc la dérivée seconde f'' . On a d'après cette courbe :

x	-1	0	6
$f''(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	Convexe	$ $	Concave

Donc f est convexe sur $[-1 ; 0]$