

Corrigé Exercice 12

1) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow +\infty} e^Y = +\infty$ donc par composition des limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2} = +\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - 2x = -\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow -\infty} e^Y = 0$ donc par composition des limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1-2x} = 0$

c) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} e^Y = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$

d) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - x^2 = -\infty \\ \lim_{Y \rightarrow -\infty} e^Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{3-x^2} = 0$

i) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - 2x = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{1}{Y^2} = 0^+ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{(3-2x)^2} = 0$

j) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - x = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} \sqrt{Y} = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-x} = +\infty$

k) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - x^2 = -\infty \\ \lim_{Y \rightarrow -\infty} Y^3 = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x^2)^3 = -\infty$

l) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + e^x = 1 \\ \lim_{Y \rightarrow 1} \ln(Y) = \ln 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^x) = 0$

m) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \\ \lim_{Y \rightarrow -\infty} Y^2 = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x)^2 = +\infty$

n) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 - \frac{1}{x} = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} \ln(Y) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right) = +\infty$

e) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} \ln(Y) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2) = +\infty$

f) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{1-x} = 0^+ \\ \lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln(Y) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln\left(\frac{2}{1-x}\right) = -\infty$

g) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 3 = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} \ln(Y) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2x - 3) = +\infty$

h) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^+ \\ \lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln(Y) = -\infty \end{cases}$

donc par composition $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-2}{x^2+1}\right) = -\infty$

o) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} x - 1 = 0^+ \\ \lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln(Y) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \ln(x - 1) = -\infty$

p) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 - \ln x = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} e^Y = +\infty \end{cases}$ et

donc par composition $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{1-\ln x} = +\infty$

q) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} e^x - 1 = 0^+ \\ \lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln(Y) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(e^x - 1) = -\infty$

r) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{x+2} = -\infty \\ \lim_{Y \rightarrow -\infty} e^Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} e^{\frac{1}{x+2}} = 0$

s) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3} 3 - x = 0^+ \\ \lim_{Y \rightarrow 0^+} \frac{-2}{\sqrt{Y}} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2}{\sqrt{3-x}} = -\infty$

t) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-3}{x-1} = +\infty \\ \lim_{Y \rightarrow +\infty} \ln(Y) = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \ln\left(\frac{x-3}{x-1}\right) = +\infty$

2) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow +\infty} e^Y = +\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$
De plus $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ donc, par produit de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{-x} = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x = 0$ et $\lim_{Y \rightarrow 0} e^Y = 1$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{2x} = 1$
De plus $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2 - \frac{1}{x} = -\infty$ donc par produit de limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{2x} \left(2 - \frac{1}{x}\right) = -\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} 3 - x = 0^+$ et $\lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln(Y) = -\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow 3^-} \ln(3 - x) = -\infty$

De plus $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{2x-6} = -\infty$ donc par somme de limites $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{2x-6} + \ln(3 - x) = -\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - x = -\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow -\infty} e^Y = 0$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1-x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - e^{1-x} = 1$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - x = +\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \ln(Y) = +\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(2 - x) = +\infty$

De plus $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + e^x = 2$ donc par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(2-x)}{2+e^x} = +\infty$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1 - 2 \ln x = +\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \sqrt{Y} = +\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{1 - 2 \ln x} = +\infty$

De plus $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x = 0$ Il s'agit d'un **cas indéterminé**

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow -\infty} e^Y = 0$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - e^{-x} = 1$

De plus $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - 2 = +\infty$ donc par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{1 - e^{-x}} = +\infty$

h) $\lim_{x \rightarrow 2^+} x - 2 = 0^+$ et $\lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln(Y) = -\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow 2^+} \ln(x - 2) = -\infty$

De plus $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x = 10$ donc par produit de limites $\lim_{x \rightarrow 2^+} 5x \ln(x - 2) = -\infty$

Corrigé Exercice 13

1) $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x)$ forme 1

a. $f(x) = \ln\left(e^{2x}\left(1 - \frac{e^x}{e^{2x}}\right)\right) = \ln(e^{2x}(1 - e^{-x})) = \ln(e^{2x}) + \ln(1 - e^{-x}) = 2x + \ln(1 - e^{-x})$ forme 2

et $f(x) = \ln\left(e^x\left(\frac{e^{2x}}{e^x} - 1\right)\right) = \ln(e^x(e^x - 1)) = \ln(e^x) + \ln(e^x - 1) = x + \ln(e^x - 1)$ forme 3

b. $\Rightarrow$ Forme 3 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} e^x - 1 = 0^+$ et $\lim_{Y \rightarrow 0^+} \ln Y = -\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(e^x - 1) = -\infty$

Puis, comme $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$, on a par somme de limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

$\Rightarrow$ Forme 2 ou forme 3 (les 2 marchent)

Forme 2 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - e^{-x} = 1$ et $\lim_{Y \rightarrow 1} \ln Y = 0$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 - e^{-x}) = 0$

Puis, comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$, on a par somme de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Ou

Forme 3 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - 1 = +\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \ln Y = +\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^x - 1) = +\infty$

Puis, comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$, on a par somme de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c. Forme 1 $\Rightarrow f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \ln(e^{2x} - e^x) \geq 0 \Leftrightarrow e^{2x} - e^x \geq 1 \Leftrightarrow (e^x)^2 - e^x - 1 \geq 0$

Or le polynôme $X^2 - X - 1$ est positif à l'extérieur de ses racines, avec $\Delta = 5, X_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $X_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

On a alors $e^{x_2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x_2 = \ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \simeq 0,48$

f est négative sur $]0; \ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ et positive sur $\left[\ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right); +\infty\right[$

d. Petite préférence pour la forme 3 parce qu'on va directement sur une somme de termes positifs

$f'(x) = 1 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ Or e^x est toujours strictement positive, de même que, pour $x > 0$, on a $e^x > 1$ et donc $e^x - 1 > 0$

f' est une somme de terme strictement positifs, elle est donc strictement positive, et la fonction f est strictement **croissante**

x	0	$\ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$	$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$		$-\infty$	$+\infty$

2) a. $g(x) = 3e^{-2x} \left(\frac{3}{2} - \frac{e^{-3x}}{e^{-2x}} \right) = 3e^{-2x} \left(\frac{3}{2} - e^{-x} \right)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2x = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow -\infty} e^Y = 0$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$
 Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{2} - e^{-x} = \frac{3}{2}$ et par produit $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0 \times \frac{3}{2} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow +\infty} e^Y = +\infty$ donc par composition $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$
 Donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{2} - e^{-x} = -\infty$ et par produit $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

c. $g'(x) = -9e^{-2x} + 9e^{-3x} = 9e^{-3x}(-e^x + 1)$
 Or $-e^x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$
 et $g(0) = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}$

d. Sur $] -\infty; 0[$, la fonction g est continue, strictement croissante et $0 \in g(] -\infty; 0]) =]-\infty; \frac{3}{2}]$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $g(x) = 0$ n'a qu'une seule solution α .
 On trouve $\alpha \simeq -0,41$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$3e^{-3x}$		$+$	$+$
$-e^x + 1$	$+$	$ $	$-$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow \frac{3}{2} \searrow$	0

Corrigé Exercice 14

1) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -(-x)e^{-x}$ et par composée de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = \lim_{Y \rightarrow -\infty} -Ye^Y = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(\frac{\ln x}{x}\right)}$ or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0^+$ donc par inverse de limites, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+3)e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x + \lim_{x \rightarrow -\infty} 3e^x = 0 + 0 = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \times (x \ln x)$ or $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$ donc par produit de limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x = 0$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ donc par quotient des limites on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{e^x}{x} - 1 \right)$ or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ donc par produit de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x = +\infty$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{\ln x}{x} \right)$ or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ donc par produit de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln x = +\infty$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x}$ or $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

et $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$ donc, par somme de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)e^{-x} = 0$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{e^x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x}$ or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ donc par inverse $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{e^x} = 0$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+1)e^{-x}$ donc, par composée $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{e^x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} (-2Y+1)e^Y$
 donc par produit de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{e^x} = -\infty$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - xe^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} \left(1 - \frac{x}{e^x} \right)$ or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{x}{e^x} = 1$
 donc par produit $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - xe^x = +\infty$

l) en posant $Y = \frac{1}{x}$ on a $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ et $\lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$ donc par composée de limites $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} = 0$

2) a. On a $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x + 1 = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ donc par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{2x+1} = -\infty$

b. On a $f(x) = \frac{\ln x}{x} \left(\frac{1}{2+\frac{1}{x}} \right) = \frac{\ln x}{x(2+\frac{1}{x})} = \frac{\ln x}{2x+1} = f(x)$

Or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2+\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}$ Donc, par produit de limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \times \frac{1}{2} = 0$

Corrigé Exercice 15

1) a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} -x = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ donc par produit des limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

La droite $x = 0$ est asymptote verticale

$\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$; et par croissance comparée $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

b) On considère la fonction i définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$.

$g'(x) = -2x - \frac{1}{x} = -\frac{2x^2+1}{x}$ or on a $x > 0$ et $2x^2 + 1 > 0$ donc la dérivée g' est strictement négative et la fonction g est strictement décroissante

On a $g(1) = -1 + 1 + \ln 1 = 0$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, comme la fonction est continue et strictement décroissante, elle ne passe qu'une seule fois par la valeur 0

On a donc $g(x) \geq 0$ pour $x \leq 1$ et $g(x) < 0$ pour $x > 1$

c) $f'(x) = -1 + \frac{\frac{1}{x} \times x - \ln x}{x^2} = \frac{-x^2+1-\ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$

Comme $x^2 > 0$, la dérivée f' est du même signe que g

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-1 \searrow -\infty$

2) a) $h(x) = \frac{x+1}{e^x} - x + 1 = \frac{x+1-xe^x+e^x}{e^x}$ or $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} x + 1 - xe^x + e^x = -\infty$

et comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$ on a, par quotient de limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -\infty$

et $h(x) = \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x} - x + 1$

or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}}$ donc par inverse de limites, comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$, on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0^+$

On a aussi $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0^+$ donc, par somme de limites, $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

b) $h'(x) = e^{-x} - (x+1)e^{-x} - 1 = -xe^{-x} - 1$

c) en posant $Y = -x$, par composée de limites, on a $\lim_{x \rightarrow -\infty} h'(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -xe^{-x} - 1 = \lim_{Y \rightarrow +\infty} Ye^Y - 1 = +\infty$

et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{x}{e^x} - 1 = -1$ (même raisonnement que la question précédente)

d) On dérive $h''(x) = -e^{-x} + xe^{-x} = (x-1)e^{-x}$

On a, avec $h'(1) = -\frac{1}{e} - 1$

La fonction h' est continue et strictement décroissante sur $] -\infty; 1]$ et $0 \in [-\frac{1}{e} - 1; +\infty[$

Donc, d'après le **théorème des valeurs intermédiaires**, l'équation $h'(x) = 0$ y admet une unique solution α .

On a, par balayage $\alpha \simeq -0,57$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	-	0	+
e^{-x}	+		+
$h''(x)$	-	0	+
$h'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \nearrow$

e)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$h'(x)$		$+$	$-$
$h(x)$	$-\infty$	$h(\alpha)$	$-\infty$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) - (-x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1)e^{-x} = 0$

(voir question **a** pour la démonstration)

La courbe de h se rapproche de plus en plus en $+\infty$ de la droite d'équation $y = -x + 1$: celle-ci est une **asymptote oblique** à la courbe en $+\infty$