

Savoir Ed. 6 : Equations différentielles $y' = f$ et $y' = ay$

Exercice 11 : Equations du type $y' = f$

1) Ensemble des solutions

Résoudre chacune des équations suivantes en donnant l'ensemble S des fonctions solutions.

$y' = 4x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$y' = \frac{1}{x^2}$	$y' = 4 + 6e^{-3x}$	$y' + 3x^2 = 0$	$y' + \frac{1}{x} = 0$
-----------	---------------------------	----------------------	---------------------	-----------------	------------------------

2) Solutions particulières

- On considère l'équation différentielle $(E) : y' = 3x + 2$.
Déterminer la solution f de (E) qui s'annule en $x = 1$.
- On considère l'équation différentielle $(E) : y' = \frac{4}{x}$.
Déterminer la solution g de (E) qui prend la valeur 3 en $x = e$.
- On considère l'équation différentielle $(E) : y' + 8e^{2x} = 2x$.
Déterminer la solution h de (E) qui vaut 5 en $x = -1$.

Exercice 12 : Prédire la position du véhicule

Un véhicule se déplace en ligne droite le long d'un axe gradué (Ox) .

A l'instant $t = 0$ (en secondes), il se trouve à la position $x_0 = 5$ (en mètres) avec une vitesse $v_0 = 7 \text{ ms}^{-1}$.
Il avance à accélération constante $a = 3 \text{ ms}^{-2}$.

- Sachant que l'accélération est la dérivée de la vitesse v du véhicule, exprimer $v(t)$ en fonction de t .
- On appelle $x(t)$ la position du véhicule à chaque instant t .
Déterminer l'équation différentielle vérifiée par x .
 - Résoudre cette équation différentielle de manière à trouver l'expression de $x(t)$.
 - En déduire la position du véhicule au bout de 10 secondes.

Exercice 13 : Equations du type $y' = ay$

1) Ensemble des solutions

Résoudre chacune des équations suivantes en donnant l'ensemble S des fonctions solutions.

$y' = 4y$	$y' = -y$	$y' = \frac{y}{2}$	$2y' + 6y = 0$	$y - 3y' = 0$	$(y')^2 - y^2 = 0$
-----------	-----------	--------------------	----------------	---------------	--------------------

2) Solutions particulières

- On considère l'équation différentielle $(E) : y' = 2y$.
Déterminer la solution f de (E) qui prend la valeur 13 en $x = 0$.
- On considère l'équation différentielle $(E) : y' = -3y$.
Déterminer la solution g de (E) qui vaut -5 en $x = \frac{1}{3}$.
- On considère l'équation différentielle $(E) : 4y' + y = 0$.
Déterminer la solution h de (E) qui prend la valeur 7 en $x = -8$.

