

Savoir C. 1 : Développements

Entraînement 1

1) Développer et réduire les expressions suivantes : $A = (3 - 4x)^3$ $B = 6\left(\frac{x}{3} - 2\right)\left(\frac{5}{2} - 2x\right)$

2) Mettre au dénominateur et réduire les expressions suivantes :

$$M = \frac{4}{3x^2} - 2x \quad N = 2x - 1 - \frac{2+x}{x-3} \quad P = \frac{x+1}{x-1} - \frac{3x}{3x+1}$$

3) a) On donne $D = +2(3-a)^2 - 3a - (2a-3)(a-6)$. Montrer que $D = 0$.

b) On donne, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $E(x) = \frac{x^2}{2-x} - x$. Montrer qu'on a : $E(x) = \frac{2x(x-1)}{2-x}$

Entraînement 2

1) Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (3x - 5)^3 \quad B = 3\left(3x - \frac{1}{2}\right)\left(5 - \frac{2x}{3}\right) \quad C = \frac{2}{x}(4x - 3)$$

2) Mettre au dénominateur et réduire les expressions suivantes :

$$M = \frac{5}{2x} - 3x \quad N = -4 - x + \frac{x+1}{x-2} \quad P = \frac{2}{1-2x} - \frac{3x-1}{3x}$$

3) a) On donne $D = 2(a-3)^2 - (2a-5)(a-3)$. Montrer que $D = 3 - a$.

b) On donne, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $F(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1}$. Montrer qu'on a : $F(x) = x - 3 - \frac{x-3}{x-1}$

Entraînement 3

1) Développer et réduire les expressions suivantes : $A = (2x-1)^2(3-x)^2$ $B = \frac{1}{2}\left(2x + \frac{2}{3}\right)\left(4 - \frac{6x}{5}\right)$

2) Mettre au dénominateur et réduire les expressions suivantes :

$$M = 4a - \frac{5}{2a^2} \quad N = \frac{2x}{4-3x} - 4 + 3x \quad P = \frac{2}{2x-1} - \frac{3x}{1-3x}$$

3) a) On donne $D = n(2n-3)(n+2) - 2n(n^2-3)$. Montrer que $D = n^2$

b) On donne, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $E(x) = \frac{x^3-1}{1-x} - x$. Montrer qu'on a $E(x) = \frac{(x^2-1)(x+1)}{1-x}$

Corrections Savoir C. 1

Corrigé Entraînement n°1

$$1) A = 27 - 3 \times 9 \times 4x + 3 \times 3 \times 16x^2 - 64x^3 = -64x^3 + 144x^2 - 108x + 27$$

$$B = 3 \times \left(\frac{x}{3} - 2\right) \times 2 \times \left(\frac{5}{2} - 2x\right) = (x-6)(5-4x) = -4x^2 + 29x - 30 \quad (\text{méthode la plus simple, mais d'autres possibles})$$

$$2) M = \frac{4-6x^3}{3x^2} \quad N = \frac{(2x-1)(x-3) - (2+x)}{x-3} = \frac{2x^2-8x+1}{x-3} \quad P = \frac{(x+1)(3x+1) - 3x(x-1)}{(x-1)(3x+1)} = \frac{7x+1}{(x-1)(3x+1)}$$

$$3) a) D = 2(a^2 - 6a + 9) - 3a - (2a^2 - 15a + 18) = 2a^2 - 12a + 18 - 3a - 2a^2 + 15a - 18 = 0 \quad \text{CQFD}$$

$$b) \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, E(x) = \frac{x^2}{2-x} - x = \frac{x^2 - x(2-x)}{2-x} = \frac{2x^2 - 2x}{2-x}$$

$$\text{D'autre part } \frac{2x(x-1)}{2-x} = \frac{2x^2 - 2x}{2-x} = E(x) \quad \text{CQFD}$$

Corrigé Entraînement n°2

$$1) A = (3x-5)^3 = 27x^3 - 3 \times 9x^2 \times 5 + 3 \times 3x \times 25 - 125 = 27x^3 - 135x^2 + 225x - 125$$

$$B = \left(3x - \frac{1}{2}\right) \times 3 \times \left(5 - \frac{2x}{3}\right) = \left(3x - \frac{1}{2}\right)(15 - 2x) = -6x^2 + 46x - \frac{15}{2} \quad C = \frac{2}{x}(4x-3) = \frac{8x}{x} - \frac{6}{x} = 8 - \frac{6}{x}$$

$$2) M = \frac{5-6x^2}{2x} \quad N = \frac{(-4-x)(x-2) + x + 1}{x-2} = \frac{-x^2 - x + 9}{x-2}$$

$$P = \frac{2 \times 3x - (1-2x)(3x-1)}{3x(1-2x)} = \frac{6x - (-6x^2 + 5x - 1)}{3x(1-2x)} = \frac{6x^2 + x + 1}{3x(1-2x)}$$

$$3) a) D = 2(a^2 - 6a + 9) - (2a^2 - 11a + 15) = 2a^2 - 12a + 18 - 2a^2 + 11a - 15 = 3 - a \quad \text{CQFD}$$

$$b) \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, F(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1}$$

$$\text{D'autre part } x - 3 - \frac{x-3}{x-1} = \frac{(x-3)(x-1) - (x-3)}{x-1} = \frac{x^2 - 4x + 3 - x + 3}{x-1} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x-1} = F(x) \quad \text{CQFD}$$

Corrigé Entraînement n°3

$$1) A = (2x-1)^2(3-x)^2 = (4x^2-4x+1)(x^2-6x+9) = 4x^4-24x^3+36x^2-4x^3+24x^2-36x+x^2-6x+9$$

$$A = 4x^4 - 28x^3 + 61x^2 - 42x + 9$$

$$B = \frac{1}{2} \left(2x + \frac{2}{3} \right) \left(4 - \frac{6x}{5} \right) = \left(x + \frac{1}{3} \right) \left(4 - \frac{6x}{5} \right) = -\frac{6}{5}x^2 + 4x - \frac{6}{15}x + \frac{4}{3} = -\frac{6}{5}x^2 + \frac{18}{5}x + \frac{4}{3}$$

$$2) M = \frac{8a^3-5}{2a^2} \quad N = \frac{2x + (-4+3x)(4-3x)}{4-3x} = \frac{-9x^2+26x-16}{4-3x} \quad P = \frac{2(1-3x)-3x(2x-1)}{(2x-1)(1-3x)} = \frac{-6x^2-3x+2}{(2x-1)(1-3x)}$$

$$3) a) D = n(2n-3)(n+2) - 2n(n^2-3) = n(2n^2+n-6) - 2n^3+6n = 2n^3+n^2-6n-2n^3+6n = n^2 \quad \text{CQFD}$$

$$b) \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, E(x) = \frac{x^3-1}{1-x} - x = \frac{x^3-1-x(1-x)}{1-x} = \frac{x^3+x^2-x-1}{1-x}$$

$$\text{D'autre part } \frac{(x^2-1)(x+1)}{1-x} = \frac{x^3+x^2-x-1}{1-x} = E(x) \quad \text{CQFD}$$