Corrections

Corrigés Savoir Df. 4

Corrigé Exercice 1 $(e^{ax}+b)' = ae^{ax+b}$

$f'(x) = \boldsymbol{-3e^{-3x}}$

$g'(x) = \boldsymbol{-10e^{2x+1}}$

$h'(x) = \boldsymbol{-3e^{1-x}}$

$i'(x) = \boldsymbol{\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} - 4}$

$j'(t) = \boldsymbol{2t - 3e^{3t}}$

$k'(x) = \boldsymbol{8e^{2x} + 3e^{-x}}$

Corrigé Exercice 2 $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$u = 3x - 2$ **et** $u' = 3$

$$a'(x) = \frac{\boldsymbol{-3}}{\boldsymbol{(3x-2)^2}}$$

$u = 2e^x - 1$ **et** $u' = 2e^x$

$$b'(x) = \frac{\boldsymbol{-2e^x}}{\boldsymbol{(2e^x-1)^2}}$$

$u = 2x^3 - 5x$ **et** $u' = 6x^2 - 5$

$$C'(x) = \frac{-(6x^2-5)}{(2x^3-5x)^2} = \frac{\boldsymbol{-6x^2+5}}{\boldsymbol{(2x^3-5x)^2}}$$

$u = x^2 - 3x$ **et** $u' = 2x - 3$

$$d'(x) = \frac{5(2x-3)}{(x^2-3x)^2}$$

$u = e^{2x}$ **et** $u' = 2e^{2x}$

$$T'(x) = \frac{-3 \times (-2e^{2x})}{(e^{2x})^2} = \frac{6e^{2x}}{(e^{2x})^2} = \frac{\boldsymbol{6}}{\boldsymbol{e^{2x}}}$$

$u = 1 - a^5$ **et** $u' = -5a^4$

$$M'(a) = \frac{-1 \times (-1) \times (-5a^4)}{(1-a^5)^2} = \frac{\boldsymbol{-5a^4}}{\boldsymbol{(1-a^5)^2}}$$

Corrigé Exercice 3 $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$

$u = 2x - 4$ **et** $u' = 2$
$v = 3 - x$ **et** $v' = -1$

$$F'(x) = \frac{2(3-x)-(-1)(2x-4)}{(3-x)^2} = \frac{6-2x+2x-4}{(3-x)^2} = \frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{(3-x)^2}}$$

$u = n^2 + 2n$ **et** $u' = 2n + 2$
$v = 3n + 1$ **et** $v' = 3$

$$g'(n) = \frac{(2n+2)(3n+1)-(3)(n^2+2n)}{(3n+1)^2} = \frac{6n^2+2n+6n+2-3n^2-6n}{(3n+1)^2} = \frac{\boldsymbol{3n^2+2n+2}}{\boldsymbol{(3n+1)^2}}$$

$u = e^x$ **et** $u' = e^x$
$v = 3x$ **et** $v' = 3$

$$K'(x) = \frac{(e^x)(3x)-(3)(e^x)}{(3x)^2} = \frac{(3x-3)e^x}{9x^2} = \frac{\boldsymbol{(x-1)e^x}}{\boldsymbol{3x^2}}$$

$u = x^2$ **et** $u' = 2x$
$v = 2 - e^x$ **et** $v' = -e^x$

$$l'(x) = \frac{(2x)(2-e^x)-(-e^x)(x^2)}{(2-e^x)^2} = \frac{4x-2xe^x+x^2e^x}{(2-e^x)^2} = \frac{\boldsymbol{4x+(x^2-2x)e^x}}{\boldsymbol{(2-e^x)^2}}$$

$u = 1 + e^x$ **et** $u' = e^x$
$v = 2 - e^x$ **et** $v' = -e^x$

$$h'(x) = \frac{(e^x)(2-e^x) - (-e^x)(1+e^x)}{(2-e^x)^2}$$
$$= \frac{2e^x - e^{2x} + e^x + e^{2x}}{(2-e^x)^2} = \boldsymbol{\frac{3e^x}{(2-e^x)^2}}$$

$u = x^2$ **et** $u' = 2x$
$v = x^2 - 1$ **et** $v' = 2x$

$$n'(x) = \frac{(2x)(x^2-1) - (2x)(x^2)}{(x^2-1)^2}$$
$$= \frac{2x^3 - 2x - 2x^3}{(x^2-1)^2} = \boldsymbol{\frac{-2x}{(x^2-1)^2}}$$

Corrigé Exercice 4 $(uv)' = u'v + uv'$

$u = x^3 - 1$ **et** $u' = 3x^2$
$v = 2x + 4$ **et** $v' = 2$

$$A'(x) = (3x^2)(2x+4) + (2)(x^3-1)$$
$$= 6x^3 + 12x^2 + 2x^3 - 2 = \boldsymbol{8x^3 + 12x^2 - 2}$$

$u = 4x - 5$ **et** $u' = 4$
$v = e^x$ **et** $v' = e^x$

$$b'(x) = (4)(e^x) + (e^x)(4x - 5\ )$$
$$= (4x - 5 + 4)e^x = \boldsymbol{(4x-1)e^x}$$

$u = 2x$ **et** $u' = 2$
$v = e^x$ **et** $v' = e^x$
Attention, il y a aussi une somme, le -5 est à part

$$D'(x) = (2)(e^x) + (e^x)(2x) + 0 = \boldsymbol{(2x+2)e^x}$$

$u = x^3 + 2$ **et** $u' = 3x^2$
$v = e^{-2x}$ **et** $v' = -2e^{-2x}$

$$R'(x) = (3x^2)(e^{-2x}) + (-2e^{-2x})(x^3+2)$$
$$= \boldsymbol{(3x^2 - 2x^3 - 4)e^{-2x}}$$

$u = X^2 + 2X - 3$ **et** $u' = 2X + 2$
$v = e^X$ **et** $v' = e^X$

$$c'(X) = (2X+2)(e^X) + (e^X)(X^2 + 2X - 3)$$
$$= (2X + 2 + X^2 + 2X - 3)e^X = \boldsymbol{(X^2 + 4X - 1)e^X}$$

$u = -3x$ **et** $u' = -3$
$v = e^x$ **et** $v' = e^x$
Attention, il y a une somme, le x^2 est à part

$$s'(x) = 2x + (-3)(e^x) + (e^x)(-3x)$$
$$= \boldsymbol{2x - 3(x+1)e^x}$$

Corrigé Exercice 5

Produit $u'v + uv'$ avec : $u = -2x$ **et** $u' = -2$
$v = e^{1-3x}$ **et** $v' = -3e^{1-3x}$

$$f'(x) = -2e^{1-3x} - 3e^{1-3x}(-2x)$$
$$= \boldsymbol{(6x-2)e^{1-3x}}$$

Quotient $\frac{u'v - uv'}{v^2}$ avec : $u = e^{2x}$ **et** $u' = 2e^{2x}$
$v = x^2$ **et** $v' = 2x$

$$G'(x) = \frac{2e^{2x} \times x^2 - 2x \times e^{2x}}{(x^2)^2} = \frac{(2x^2 - 2x)e^{2x}}{x^4}$$
$$= \frac{2x(x-1)e^{2x}}{x^4} = \boldsymbol{\frac{2(x-1)e^{2x}}{x^3}}$$

Juste une somme… $I'(t) = \boldsymbol{4 + \frac{2}{t^2}}$

Le 2ème terme est un produit avec $u = -x$ **et** $u' = -1$
$v = e^x$ **et** $v' = e^x$

$$j'(x) = -e^{-x} - 1e^x - xe^x = \boldsymbol{-e^{-x} - (x+1)e^x}$$

C'est juste une somme, pas de variable dans le dénominateur du 2e terme, c'est juste un facteur

$$L'(a) = 2a^2 + \frac{-3e^{-3a}}{3} = \boldsymbol{2a^2 - e^{-3a}}$$

Produit $u'v + uv'$ avec : $u = -5x$ **et** $u' = -5$
$v = 2 - e^{2x}$ **et** $v' = -2e^{2x}$

$$m'(x) = -5(2 - e^{2x}) - 5x(-2e^{2x})$$
$$= -10 + 5e^{2x} + 10xe^{2x}$$
$$= \boldsymbol{-10 + 5(1+2x)e^{2x}}$$

Produit $u'v + uv'$ avec $u = 1 - 4x + 2x^2$ **et** $u' = -4 + 4x$
$v = e^{-x}$ **et** $v' = -e^{-x}$

$h'(x) = (-4 + 4x)e^{-x} + (1 - 4x + 2x^2)(-e^{-x}) = (\boldsymbol{-2x^2 + 8x - 5})\boldsymbol{e^{-x}}$

Quotient $\frac{u'v - uv'}{v^2}$ avec : $u = 2x^2 - 4$ **et** $u' = 4x$
$v = 4 - x$ **et** $v' = -1$

$$k'(x) = \frac{4x(4 - x) - (2x^2 - 4)}{(4 - x)^2} = \frac{16x - 4x^2 - 2x^2 + 4}{(4 - x)^2} = \boldsymbol{\frac{-6x^2 + 16x + 4}{(4 - x)^2}}$$

Inverse $\frac{-v'}{v^2}$ avec :
$u = 1 - 3e^{-2x}$ **et** $u' = 6e^{-2x}$

$$N'(x) = \frac{3(-6e^{-2x})}{(1 - 3e^{-2x})^2} = \boldsymbol{\frac{-18e^{-2x}}{(1 - 3e^{-2x})^2}}$$