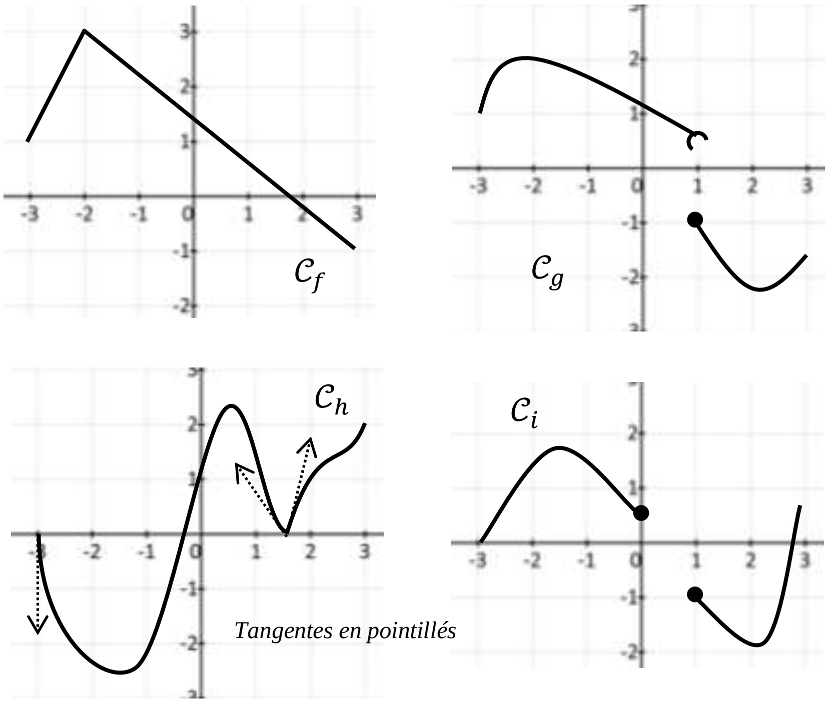
Savoirs Fc. 2 : Théorème des valeurs intermédiaires

Exercice 4 : Continuité des fonctions

Pour chacune des fonctions représentées ci-dessous, dire sur quel(s) intervalle(s) la fonction semble :

a) définie ?
b) continue ?
c) dérivable ?



Exercice 5 : Théorème des Valeurs Intermédiaires (TVi) - à partir de tableaux

1) On donne le tableau de variation de f
Déterminer le nombre de solutions des équations suivantes (et donner, quand c'est possible, le plus petit intervalle auquel elles appartiennent)

x	-7		-2		1		4
$f(x)$	-3	↗	4	→	4	↘	0

a) $f(x) = 3$ **b)** $f(x) = -2$ **c)** $f(x) = 4$ **d)** $f(x) = -6$

2) On considère la fonction f définie sur par : $f(x) = e^{0,1x^2} - 2$.
On donne ci-dessous son tableau de variation sur [−10 ; 2].

x	-10		0		2
$f(x)$	$e^{10} - 2$	↘	-1	↗	$e^{0,4} - 2$

a) Montrer que l'équation $f(x) = 2$ n'a qu'une seule solution α sur l'intervalle [−10 ; 2].

b) Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} de cette solution α.

Un peu plus…

3) On considère la fonction f définie sur par : $f(x) = 3 + (x+1)e^{2x}$.

On donne ci-contre son tableau de variation sur l'intervalle [0 ; 5].

x	0		5
$f(x)$	4	↗	$3 + 6e^{10}$

a) Montrer que l'équation $f(x) = 9$ n'a qu'une seule solution α sur l'intervalle [0 ; 5].

b) Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} de cette solution α.

Exercice 6 : Théorème des Valeurs Intermédiaires (TVi) - à partir de fonctions

1) On considère la fonction f définie sur $[0\,;1]$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

a) Calculer $f(0)$ et $f(1)$.

b) Dériver f puis dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;1]$

c) En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[0\,;1]$

2) Soit f la fonction définie sur $[0;3]$ par $f(x) = 1 + 2x\ln(1+x)$.
On admet que la fonction f est croissante sur $[0;3]$.

a. Montrer qu'il existe sur $[0;3]$. une unique valeur α telle que : $f(\alpha) = 6$

b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$

a) Déterminer son tableau de variation

b) Combien l'équation $f(x) = 10$ a-t-elle de solutions sur l'intervalle $[-4\,;1]$?

c) Discuter selon les valeurs de m du nombre de solution sur l'intervalle $[-4\,;1]$ de l'équation $f(x) = m$

Un peu plus...

4) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par

$$h(x) = x + \frac{1}{x}$$

Démontrer qu'il existe un unique nombre α dans $\left[\frac{1}{4};4\right]$ tel que $h(\alpha) = 3$

En donner une valeur approchée au 10^{eme}.