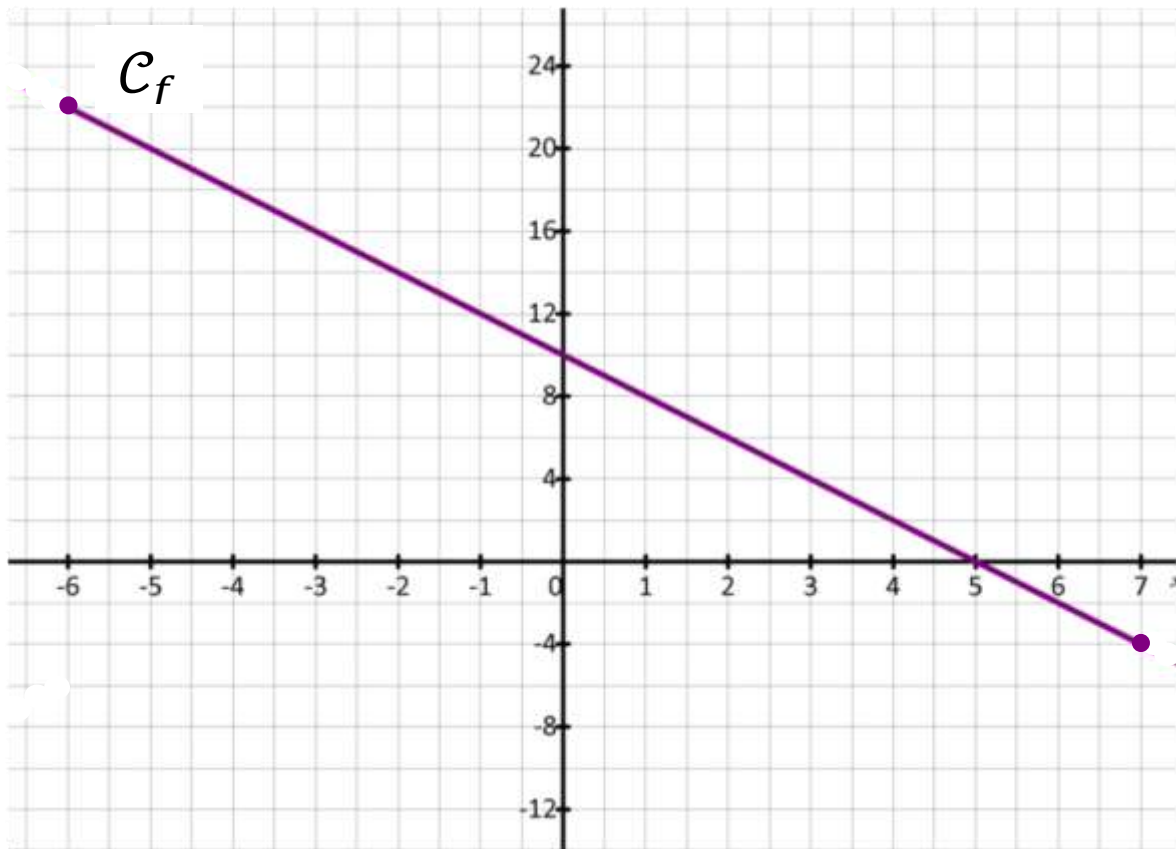


Fonctions : Synthèses

Synthèse n°1

Partie A : Étude de f

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f .



1) Déterminer graphiquement l'ensemble de définition de la fonction f

2) a. Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?

b. Quel est l'antécédent de 16 par la fonction f ?

3) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-5		2	
$f(x)$		10		-2

4) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$

Partie B : Étude de g

Soit g la fonction définie sur $[-6; 7]$ par $g(x) = 2x + 6$

1) a. Calculer l'image de -5 par la fonction g

b. Déterminer l'antécédent de 7 par la fonction g

2) a. Compléter le tableau de valeur ci-dessous

x	-4	-2	0	3	6
$g(x)$					

b. Tracer précisément la représentation graphique de g sur le repère de la **Partie A**

3) a. Résoudre graphique l'équation $f(x) = g(x)$

b. On admet que l'expression algébrique de la fonction f de la Partie A est : $f(x) = 10 - 2x$
Retrouver le résultat de la question **4a.** par le calcul

Partie C : Étude de h

Soit h la fonction définie sur $[-6; 7]$ par $h(x) = -x^2 + 2x + 15$

1) À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeur ci-dessous

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h(x)$											

b. Tracer précisément la représentation graphique de h sur le repère de la **Partie A**

Synthèse n°2

On donne ci-contre la représentation graphique des fonctions f et g

1) a. Quelle est l'image de 2 par f ?

b. Quel est l'antécédent de -3 par f ?

c. Combien vaut $g(-1)$?

d. Quel est l'antécédent de 2 par g ?

2) a. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

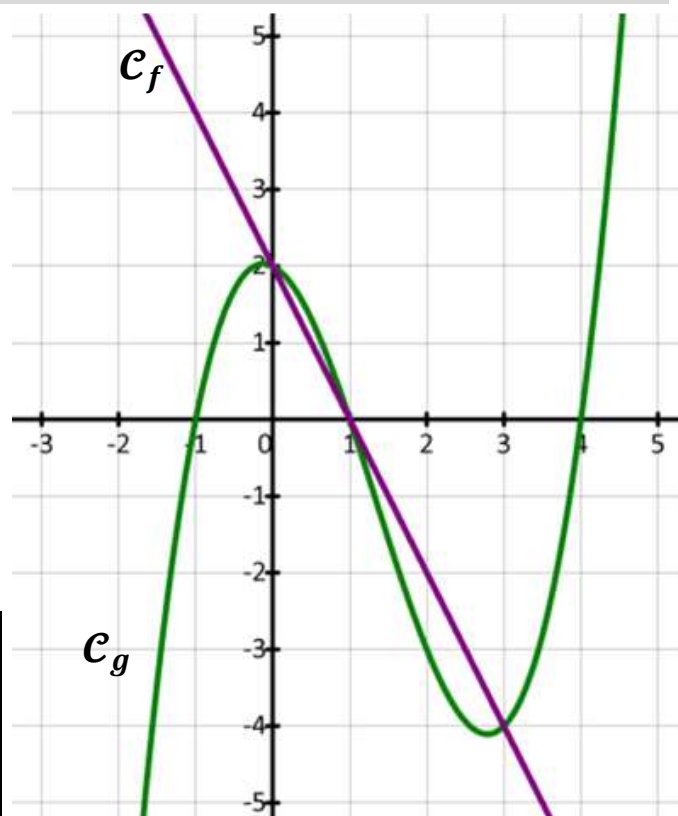
b. Déterminer les solutions de $g(x) = 0$

3) On définit la fonction h de la façon suivante :

$$h(x) = f(x) - g(x)$$

a. Compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$					
$g(x)$					
$f(x) - g(x)$					



b. En fait, on a pour h l'expression $h(x) = -0,5x^3 + 2x^2 - 1,5x$

Calculer $h(4)$ et $h\left(\frac{1}{2}\right)$

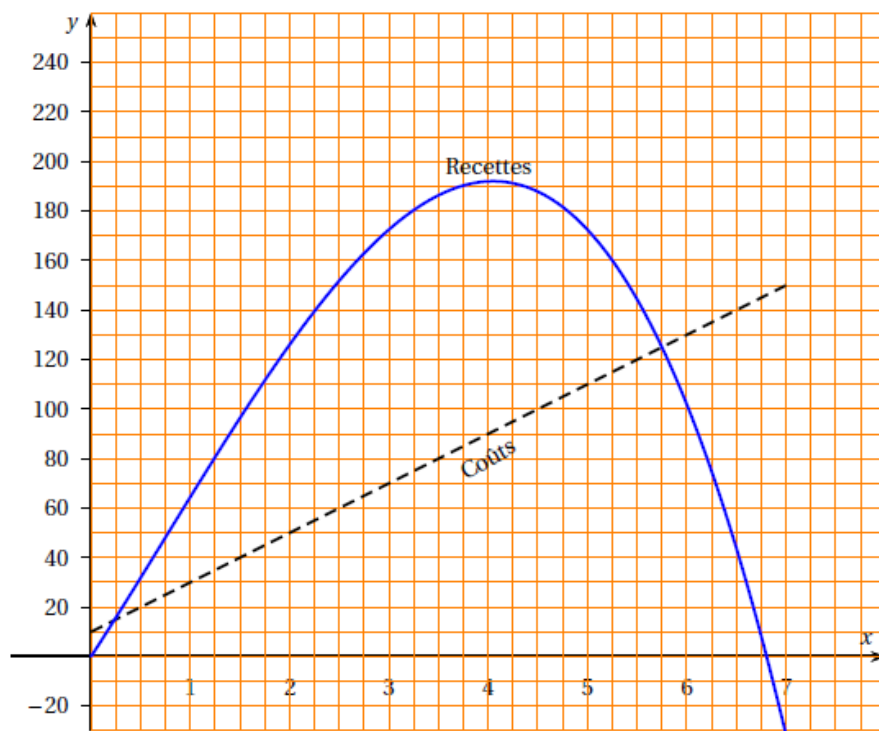
c. Tracer une représentation graphique de $h(x)$ sur le repère ci-dessus

Synthèse n°3

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles. Sur le graphique sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.

On admet que la fabrication est comprise entre 0 et 700 unités.

Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.



Partie A : lecture

Répondre aux suivantes en vous aidant du graphique.

graphique
questions

1. Combien faut-il fabriquer de produits pour avoir une recette égale à 140 000 euros ?
2. Combien de produits doit-on fabriquer pour obtenir un bénéfice positif ou nul ?

Partie B : étude du bénéfice

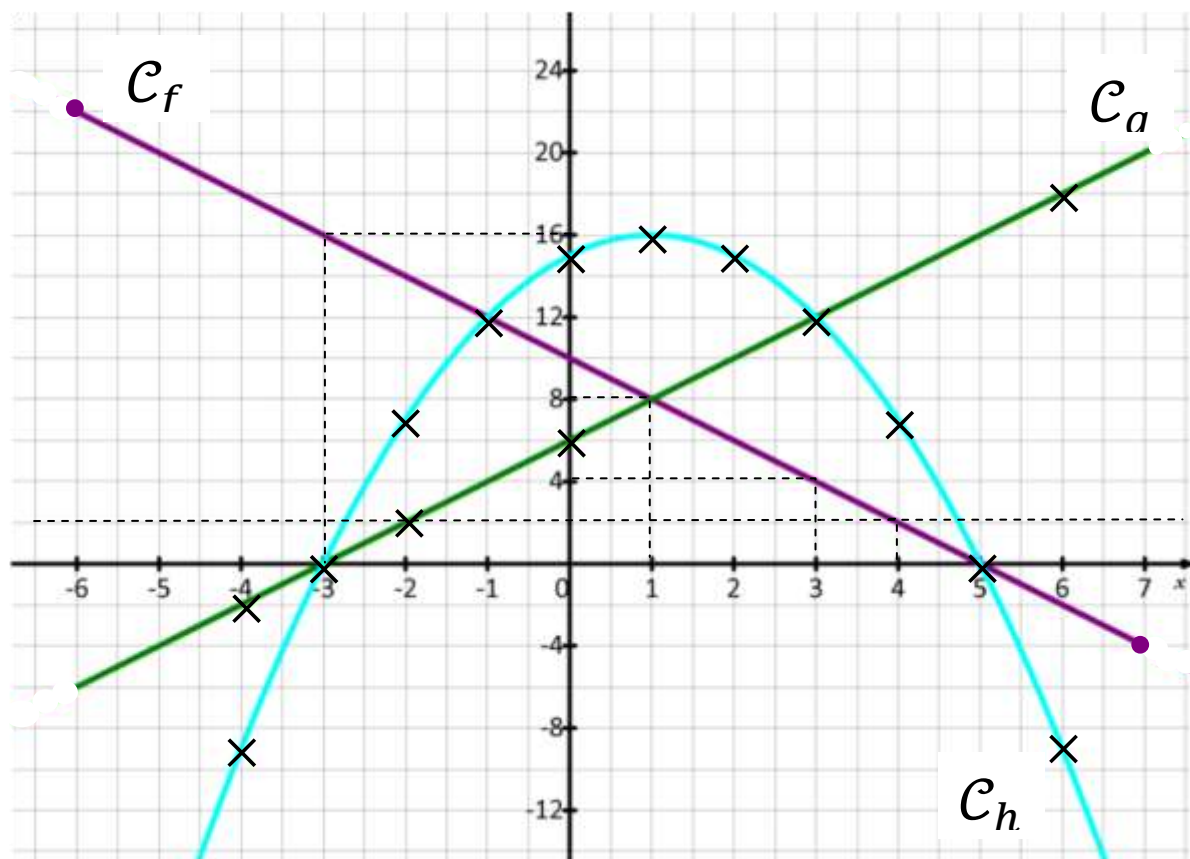
On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0 ; 7]$ par $R(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 62x$
- les coûts par la fonction C définie sur $[0 ; 7]$ par $C(x) = 20x + 10$

1. Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués. En déduire le bénéfice correspondant.
2. a. On note B la fonction bénéfice. Montrer que $B(x) = -2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10$ pour tout $x \in [0 ; 7]$.
b. Construire un tableau de valeur de pas 1 sur $[0 ; 7]$ de la fonction B
c. Tracer la courbe représentative de B

CORRECTIONS

Corrigé Synthèse n°1



Partie A

1) $\mathcal{D}_f = [-6; 7]$

2) a. L'image de 3 par f est 4

b. L'antécédent de 16 par f est -3

3)

x	-5	0	2	6
$f(x)$	20	10	6	-2

4) $f(x) = 2 \Rightarrow S = \{4\}$

Partie B

1) a. $g(-5) = 2 \times (-5) + 6 = -10 + 6 = -4$

b. $g(x) = -7 \Leftrightarrow 2x + 6 = -7 \Leftrightarrow 2x = -7 - 6 = -13 \Leftrightarrow x = -\frac{13}{2}$ L'antécédent de -7 par g est $-\frac{13}{2}$

2) a.

x	-4	-2	0	3	6
$g(x)$	-2	2	6	12	18

b. Sur graphique

3) a. $f(x) = g(x) \Rightarrow S = \{1\}$

b. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 10 - 2x = 2x + 6 \Leftrightarrow -2x - 2x = 6 - 10 \Leftrightarrow -4x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-4} = 1$
 $\Rightarrow S = \{1\}$ ce qui est bien le résultat obtenu graphiquement

Partie C

1)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h(x)$	-9	0	7	12	15	16	15	12	7	0	-9

b. Sur graphique

Correction Synthèse n°2

- 1) a. L'image de 2 par f est -2
 b. L'antécédent de -3 par f est environ $2,5$
 c. $g(-1) = 0$
 d. Les antécédents de 2 par g sont 0 et environ $4,2$

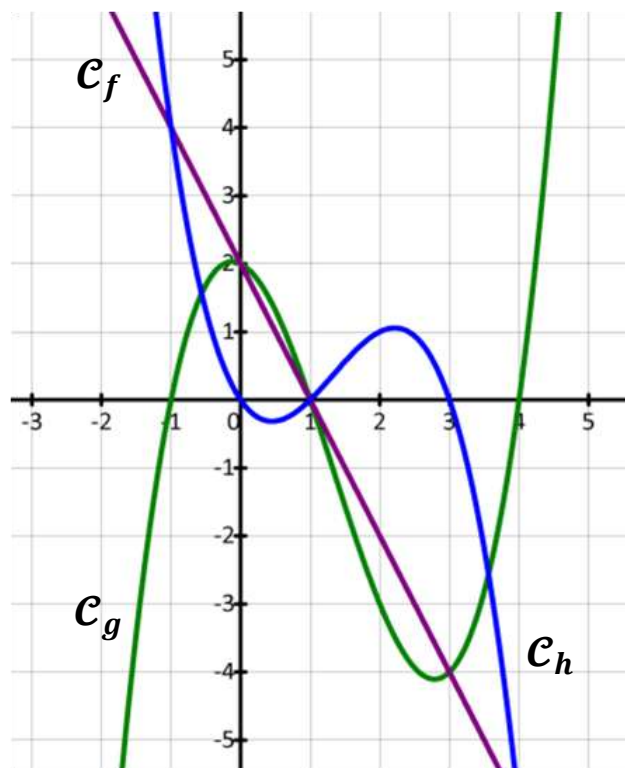
- 2) a. $S = \{0; 1; 3\}$
 b. $S = \{-1; 1; 4\}$

3) a.

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4	2	0	-2	-4
$g(x)$	0	2	0	-3	-4
$f(x) - g(x)$	4	0	0	1	0

b. $h(4) = -0,5 \times 4^3 + 2 \times 4^2 - 1,5 \times 4$
 $h(4) = -0,5 \times 64 + 2 \times 16 - 6$
 $h(4) = -32 + 32 - 6$
 $h(4) = -6$

$h\left(\frac{1}{2}\right) = -0,5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1,5 \times \frac{1}{2}$
 $h\left(\frac{1}{2}\right) = -0,5 \times 0,125 + 2 \times 0,25 - 0,75$
 $h\left(\frac{1}{2}\right) = -0,075 + 0,5 - 0,75$
 $h\left(\frac{1}{2}\right) = -0,325$



Correction Synthèse n°3

Partie A

1. Pour $y = 140$ (milliers) on lit $x = 2,25$ (centaines)
 $\Rightarrow$ il faut fabriquer **225 coques**
2. Il faut que les recettes soient supérieures aux coûts : entre $x = 0,25$ (centaines) et $x = 5,75$ (centaines)
 Il doit fabriquer entre **75 et 575 coques pour faire un bénéfice.**

Partie B

1. 300 produits correspondent à $x = 3$
 $R(3) = -2 \times 3^3 + 4,5 \times 3^2 + 62 \times 3 = 172,5$ (milliers)
 La recette est de **172 500 €**
 Et $C(3) = 20 \times 3 + 10 = 70$ (milliers) Les coûts sont de **70 000 €**
 D'où le bénéfice $B(3) = 172,5 - 70 = 102,5$ (milliers)
 Pour 300 produits fabriqués, le bénéfice est de **102 500 €**

2. a. $B(x) = R(x) - C(x)$
 $= -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - (20x + 10)$
 $= -2x^3 + 4,5x^2 + 62x - 20x - 10$
 $= -2x^3 + 4,5x^2 + 42x - 10$

b.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$B(x)$	-10	34,5	76	102,5	102	62,5	-28	-181,5

