

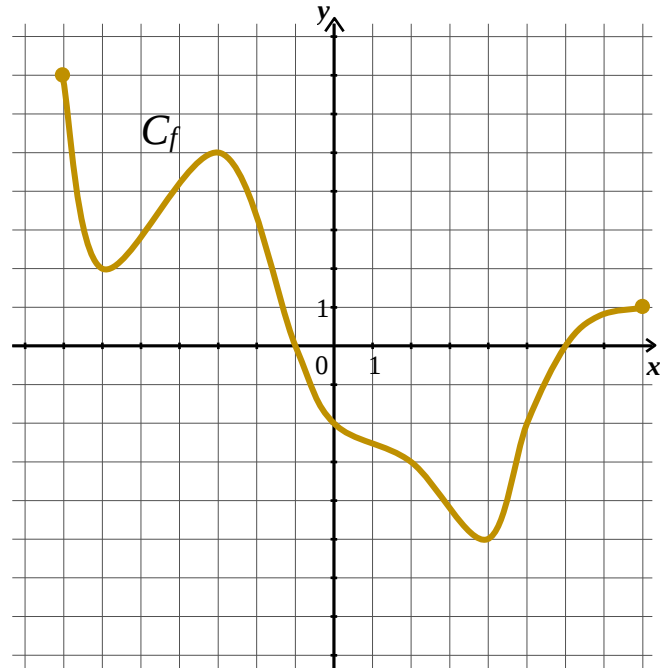
Études de fonctions – Exercice de synthèse

Synthèse 1 : Etude graphique

On donne la fonction f , dont la courbe représentative C_f est donnée sur le graphique ci-contre.

Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

- 1) Quel est l'ensemble de définition de f ?
- 2) Faire le tableau de variation de f
- 3) a) Donner les extrema de f sur son ensemble de définition
b) En déduire un encadrement de la fonction f sur son ensemble de définition.
- 4) a) Quelle est l'image de -3 par la fonction f ?
b) Quel nombre a pour image -2 par la fonction f ?
c) Quelles sont les valeurs de x dont l'image par f est 0 ?
d) Quelle est l'image de 0 ?



Synthèse 2 : Etude à partir du tableau de variation

On définit une fonction g dont on donne ci-dessous le tableau de variation :

x	-8	-5	-1	0	2	5	9
g(x)	-1	0	9	2	4	0	-5

- 1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
- 2) a) Quelle est l'image du nombre -5 par la fonction g ?
b) Quel nombre a pour image 0 par la fonction g ?
- 3) Déterminer les extrema de g sur son ensemble de définition
- 4) Déterminer un encadrement de $g(x)$ pour $x \in [0 ; 5]$
- 5) a) Comparer $g(-4)$ et $g(-2)$. Justifier.
b) Comparer $g(4)$ et $g(3)$. Justifier.
- 6) Construire une courbe qui pourrait représenter la fonction g en tenant compte de toutes les informations du tableau.

Synthèse 3 : Etude à partir de l'expression littérale

On donne la fonction h définie par $h(x) = \frac{2-x}{x+2}$

On décide d'étudier la fonction h sur l'ensemble de définition $[-10 ; -2[\cup]-2 ; 8]$

1) Le nombre -2 a-t-il une image par la fonction h ? Expliquer pourquoi.

2) a) Calculer l'image du nombre -6 par la fonction h .

b) Combien vaut $h(0)$

c) Le point $M \left(5 ; -\frac{1}{2} \right)$ appartient-il à la courbe représentative de h ? Justifier.

3) Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeur ci-dessous (en donnant une valeur approchée au dixième si nécessaire).

x	-10	-8	-6	-4	-3	-2,5	-1,5	-1	0	2	4	6	8
$h(x)$													

4) Tracer le plus précisément possible la représentation graphique de f dans un repère adapté.

5) À partir de votre graphique, déterminer le tableau de variation de la fonction h

6) La fonction h a-t-elle un minimum ou un maximum sur son ensemble de définition ? Expliquer.

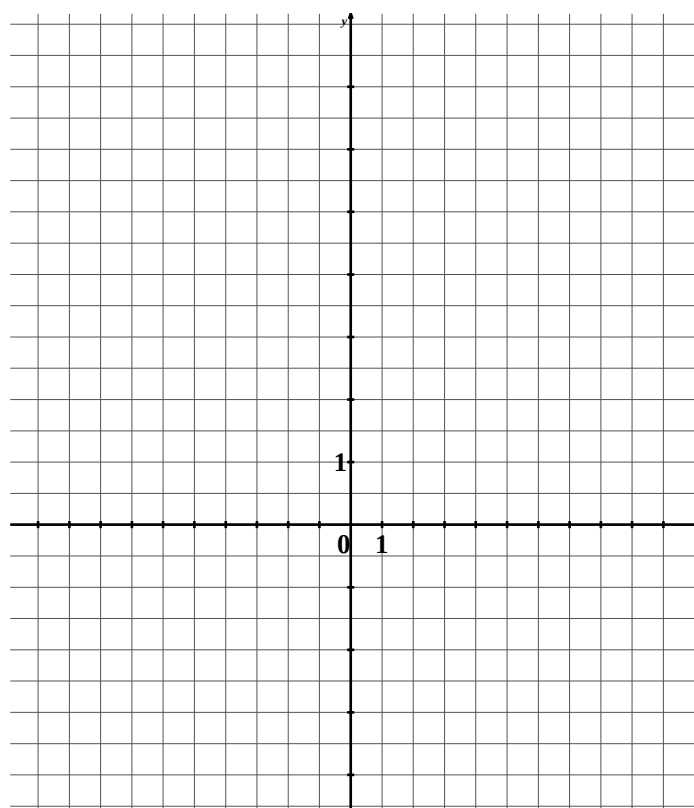
Synthèse 4 : Dans l'autre sens

Soit une fonction f telle que :

- f est définie sur $[-10 ; 10]$
- Les antécédents de 0 par f sont $-2 ; 2$ et 10
- f est croissante sur $[-2 ; 1]$ et sur $[5 ; 10]$
et décroissante sur $[-10 ; -2]$ et sur $[1 ; 5]$
- Le maximum de f est 5 ; le minimum de f est -2
- On a $f(1) = 4$
- La courbe représentative de f coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2

1) Construire le tableau de variation de la fonction f

2) Construire dans le repère ci-contre la courbe de f

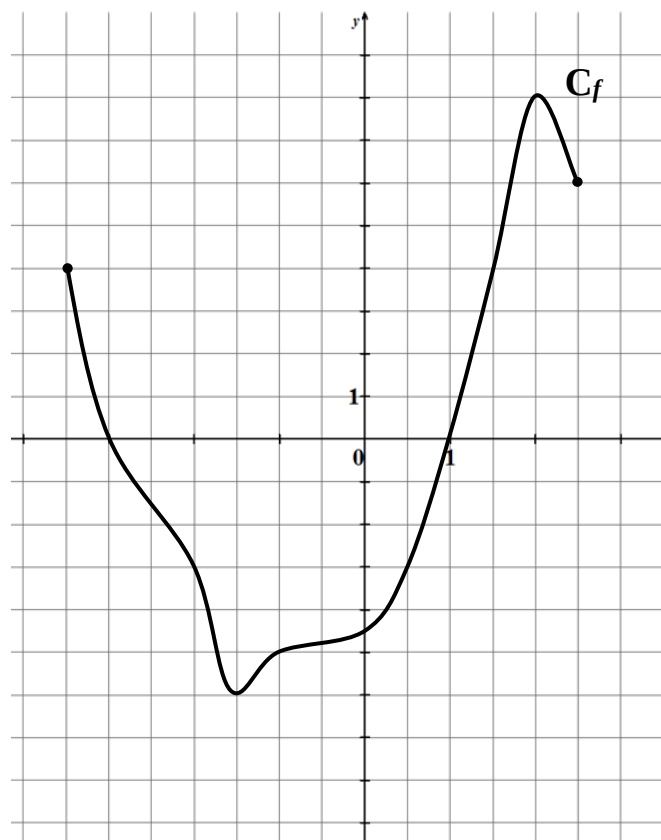


Synthèse 5 : La totale

Partie 1 : Étude de f

La fonction f est représentée sur le graphique ci-contre. Déterminer graphiquement les réponses aux questions suivantes :

- 1) a) Quel est l'ensemble de définition de f ?
 b) Quelle est l'image de 0 ?
 c) Quel nombre a pour image 4
- 2) a) Déterminer le tableau de variation de f
 b) Compléter les deux inégalités suivantes :
 pour $x \in D_f$, $f(x) \leq \dots\dots$ et $f(x) \geq \dots\dots$



Partie 2 : Étude de g

On donne le tableau de variation complété de la fonction g , définie sur $[-3,5 ; 2,5]$

x	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
$g(x)$	-8		6			-8		5

- 1) Compléter les inégalités suivantes :
 a) pour $x \in [-3,5 ; 2,5]$, on a $\dots\dots \leq g(x) \leq \dots\dots$
 b) pour $x \in [-3 ; 0]$, on a $\dots\dots \leq g(x) \leq \dots\dots$
 c) pour $x \in [-1 ; 2,5]$, on a $\dots\dots \leq g(x) \leq \dots\dots$
- 2) a) Combien le nombre 3 a-t-il d'antécédents sur $[-3,5 ; 2,5]$?
 b) Donner le plus petit intervalle auquel chacune de ces antécédents appartiennent

Partie 3 : Tracé d'une fonction

Soit h la fonction définie sur $[-3,5 ; 2,5]$ par : $h(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - \frac{9}{2}$

- a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (aucune justification n'est demandée)

x	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
$h(x)$								

- b) Construire la représentation graphique de h dans le même graphique que celui de la partie 1.

Corrections – Fonctions - Exercices de synthèse

CORRECTION Synthèse 1

1) $D_f = [-7 ; 8]$

2)

x	-7	-6	-3	4	8
$f(x)$	7	2	5	-5	1

3) a) Maximum de $f : y = 7$

Minimum de $f : y = -5$

b) Pour $x \in [-7 ; 8]$, on a $-5 \leq f(x) \leq 7$

4) a) L'image de -3 par la fonction f est 5

b) Les nombres 0 et 5 ont pour image -5 par f

c) Les valeurs de x dont l'image par f est 0 sont -1 et 6

d) $f(0) = -2$

CORRECTION Synthèse 2

1) $D_g = [-8 ; 9]$

2) a) L'image du nombre -5 est 0

b) -5 et 5 ont pour image 0 par g

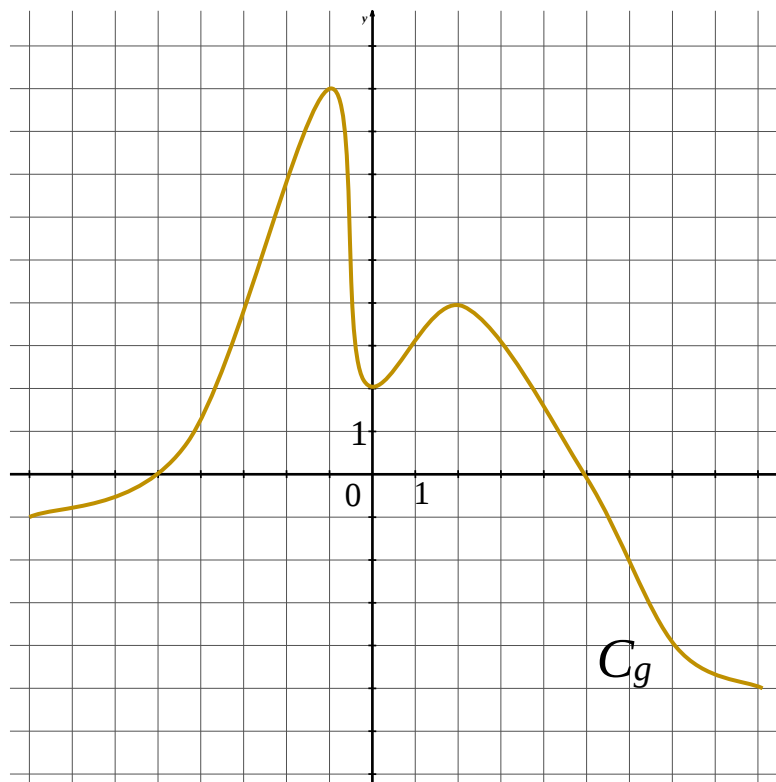
3) Maximum de $g : y = 9$, Minimum de $g : y = -5$

4) Pour $x \in [0 ; 5]$ on a $0 \leq g(x) \leq 4$

5) a) $g(-4) < g(-2)$ car la fonction g est croissante sur l'intervalle $[-8 ; -1]$

b) (Attention l'ordre : $4 > 3$) On a $g(4) < g(3)$ car la fonction g est décroissante sur l'intervalle $[2 ; 9]$

6) Ci-contre



CORRECTION Synthèse 3

1) Le nombre -2 n'a pas d'image par la fonction h car on ne peut pas diviser par zéro (interdit mathématique), or, si on remplaçait x par -2 dans $h(x)$, ce serait le cas.

2) a) $h(-6) = \frac{2 - (-6)}{-6 + 2} = \frac{2 + 6}{-4} = -\frac{8}{4} = -2$

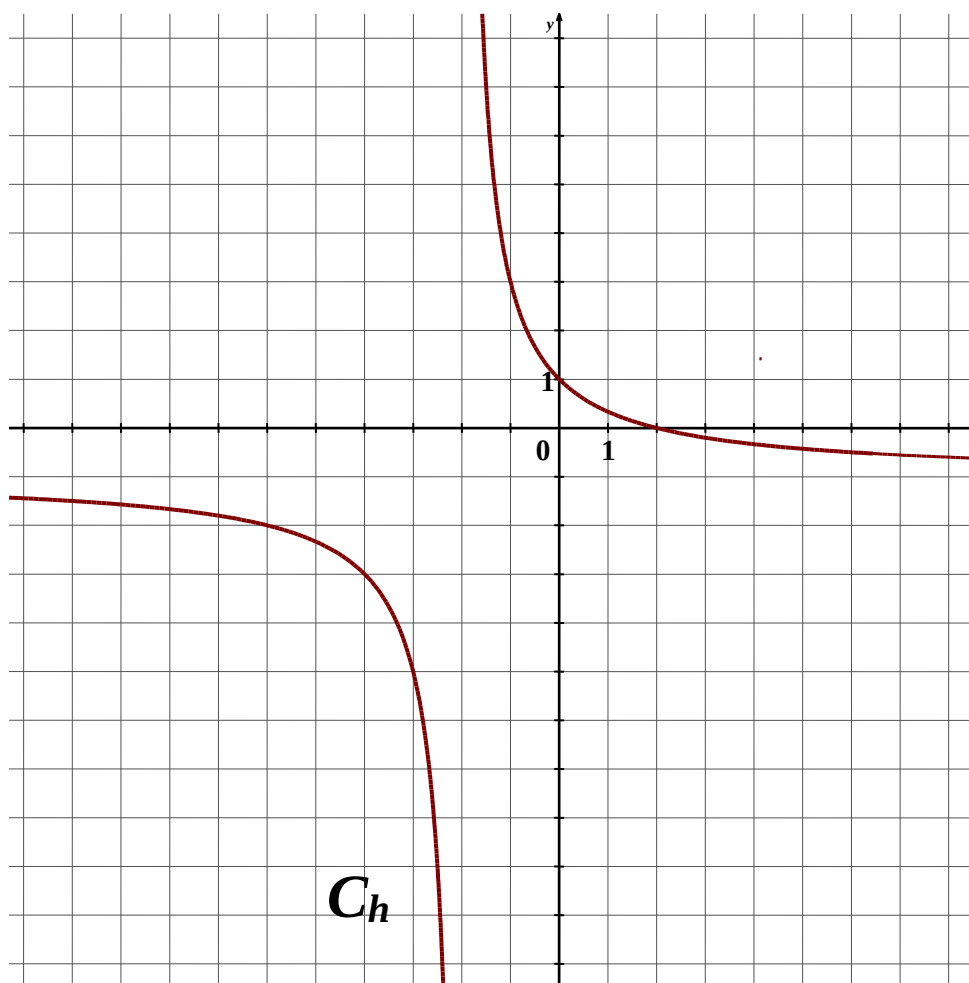
b) $h(0) = \frac{2 - 0}{0 + 2} = \frac{2}{2} = 1$

c) $h(5) = \frac{2 - 5}{5 + 2} = -\frac{3}{7} \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow$ Le point $M(5 ; -\frac{1}{2})$ n'appartient pas à la courbe représentative de h

3)

x	-10	-8	-6	-4	-3	-2,5	-1,5	-1	0	2	4	6	8
$h(x)$	-1,5	$\simeq -1,7$	-2	-3	-5	-9	7	3	1	0	$\simeq -0,3$	-0,5	-0,6

4)



5)

x	-10	-2	8
$f(x)$	-1,5		-0,6

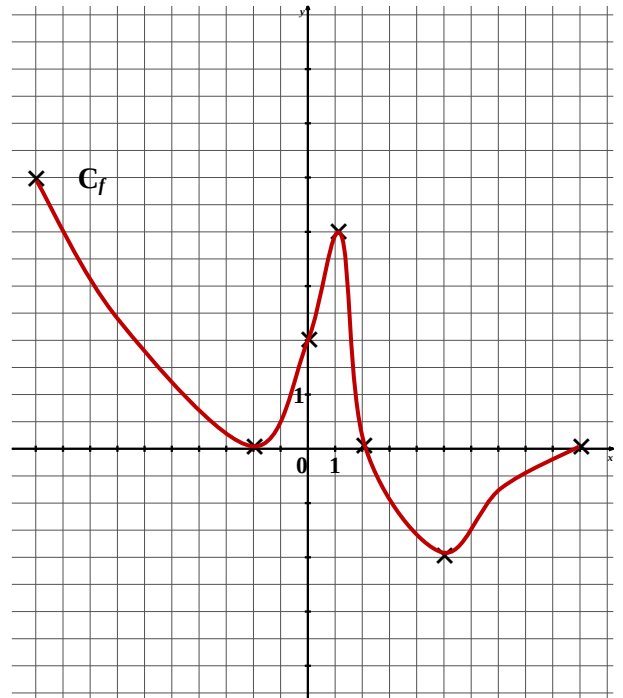
6) La fonction h n'a ni minimum ni maximum sur son ensemble de définition : plus on se rapproche de la valeur interdite (-2) par la gauche, plus elle « plonge » vers $-\infty$ et : plus on se rapproche de la valeur interdite par la droite, plus elle « monte » vers $+\infty$

Corrigé Synthèse 5

1)

x	-10	-2	1	5	10
$f(x)$	5	0	4	-2	0

2) Cf. ci-contre



CORRECTION Synthèse 6

Partie 1 :

1) a) $D_f = [-3,5 ; 2,5]$ b) $f(0) = -4,5$

c) $f(x) = 4 \Rightarrow$ Les nombres $-3,5$ et $1,5$

2) a)

x	-3,5	-1,5	2	2,5
$f(x)$	4	-6	8	6

b) pour $x \in D_f$, $f(x) \leq 8$ et $f(x) \geq -6$

Partie 2

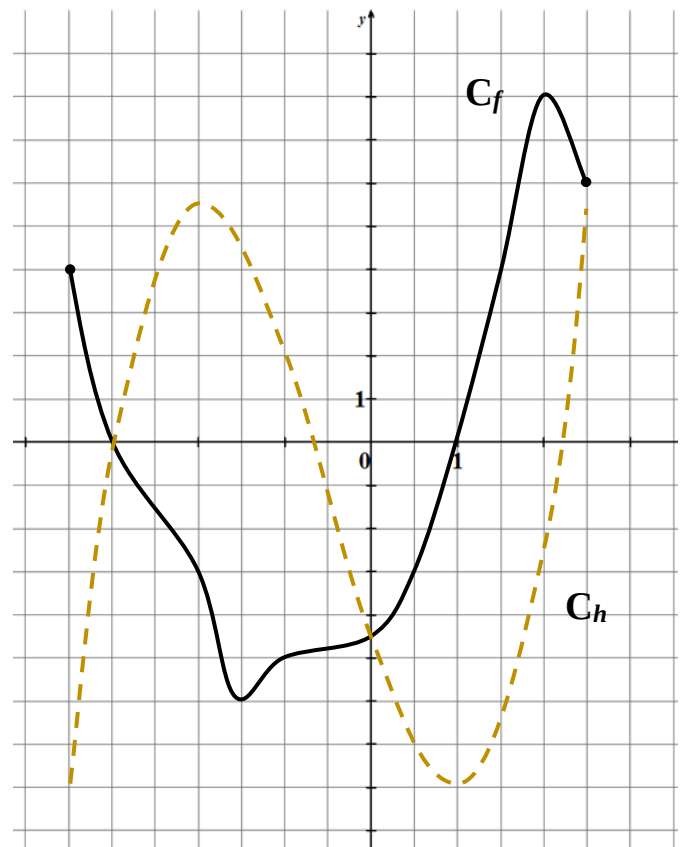
1) a) pour $x \in [-3,5 ; 2,5]$, on a $-8 \leq g(x) \leq 6$

b) pour $x \in [-3 ; 0]$, on a $-3 \leq g(x) \leq 6$

c) pour $x \in [-1 ; 2,5]$, on a $-8 \leq g(x) \leq 5$

2) a) $g(x) = 3 \Rightarrow 3$ antécédents

b) $x_1 \in]-3 ; -2[$; $x_2 \in]-2 ; -1[$ et $x_1 \in]2 ; 2,5[$



Partie 3 :

a)

x	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
$h(x)$	-8	0	5,5	2	-4,5	-8	-2,5	5,5