Savoir Pe.1 : Montrer que F est une primitive de f

Exercice 1 : Montrer qu'une fonction est une primitive

1) a. On définit les fonctions f et F sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (3x^2 + 2x - 6)e^{3x}$ et $F(x) = 4 + (x^2 - 2)e^{3x}$
Vérifier que F est une primitive de f.

b. Soit $g(x) = 3\left(e^x + \frac{1}{x}\right)$.
Montrer que la fonction $G(x) = 3e^x - 1 + 3\ln x$ est une primitive de g

c. Soit $i(x) = (2x + 7)e^{2x+1}$.
Vérifier que la fonction $I(x) = (3 + x)e^{2x+1}$ est une primitive de i

d. Soit $j(x) = \frac{1}{2x-1}$.
Montrer que la fonction $J(x) = \frac{1}{2}\ln(2x - 1)$ est une primitive de j

2) Soit h la fonction définir sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = xe^{-x}$
Déterminer deux réels a et b tels que la fonction H définie par $H(x) = (ax + b)e^{-x}$ soit une primitive de h

Un peu plus...

3) On définit les fonctions g et G par : $g(x) = \frac{(1+x)^2}{1+x^2}$ *et* $G(x) = \ln(1 + x^2) + x$

Démontrer que G est une primitive de g.

4) QCM : La fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = e^{-x^2}$ est une primitive de la fonction f définie par :

A : $f(x) = -xe^{-x^2}$ B : $f(x) = -2xe^{-x^2}$ C : $f(x) = xe^{-x^2}$ D : $f(x) = e^{-2x}$

Exercice 2 : Conditions sur les primitives

1) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = 2x^3 - 4x + 5$
a. Déterminer la fonction f dont la fonction F est une primitive.
b. Donner la forme générale de toutes les primitives de f
c. Déterminer la primitive F_0 de f qui prend la valeur 1 en 0

2) On définit sur $]0; +\infty[$ la fonction H définie par : $H(x) = x\ln x - x$
a. Déterminer la fonction h dont H est une primitive.
b. En déduire la forme générale des primitives de la fonction h

Plus ...

3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{2x}{x^2+4}$ et $G_k(x) = \ln(x^2 + 4) + k$
a. Montrer que $G_k(x)$ est la forme générale des primitives de g
b. Déterminer la primitive G de g qui s'annule quand $x = 1$