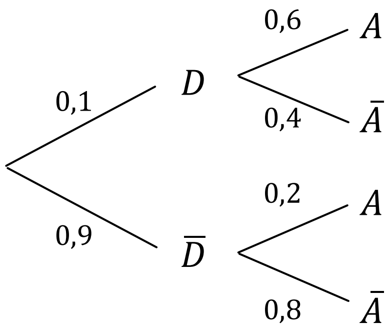
Corrections entraînement bac 1

Corrigés Exercice n° 1



Partie 1

1.

2. $p(D \cap A) = p(D) \times p_D(A) = 0{,}1 \times 0{,}6 = 0{,}06$
Il y a 6 % de chances que le candidat soit sélectionné sur dossier et admis à l'école.

3. $p(A) = p(D \cap A) + p(\overline{D} \cap A) = 0{,}06 + 0{,}9 \times 0{,}2 = 0{,}06 + 0{,}18 = 0{,}24$ **CQFD**

4. $p_A(\overline{D}) = \frac{p(D \cap A)}{p(A)} = \frac{0{,}06}{0{,}24} = 0{,}25$ **Il y a 1 chance sur 4 que son dossier n'ait pas été sélectionné.**

Partie 2

1. a. C'est une loi de paramètres : $\boldsymbol{n = 7}$ et $\boldsymbol{p = 0{,}24}$

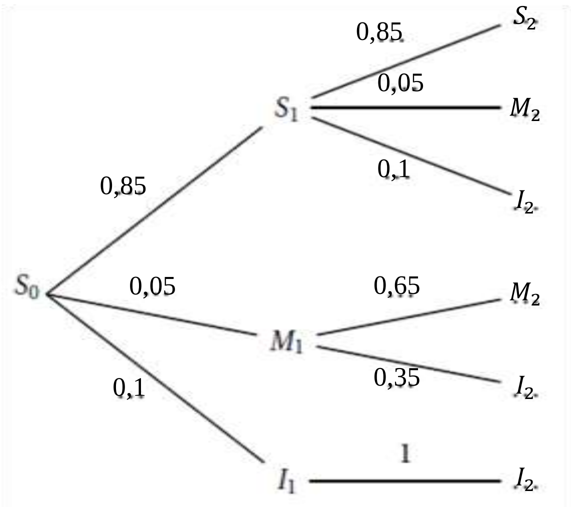
b. $p(X = 1) = \binom{7}{1} \times 0{,}24^1 \times 0{,}76^6 = 7 \times 0{,}24 \times 0{,}76^6 \simeq 0{,}32$
Il y a environ 32 % de chance qu'un seul des sept candidats soit admis à l'école.

c. $p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1) \simeq 0{,}53$
Il y a environ 53% de chances qu'au moins deux des sept candidats tirés au sort soient admis.

2. a. Soit Y la variable aléatoire qui compte le nombre de candidats admis dans le lycée. Y suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n;\ 0{,}24)$
$p(Y = 0) = \binom{n}{0} 0{,}24^0 \times 0{,}76^n = 0{,}76^n$
La probabilité qu'aucun candidat ne soit admis à l'école a pour expression $\boldsymbol{0{,}76^n}$

b. On cherche $p(Y \geq 1) \geq 0{,}99 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - p(Y = 0) \geq 0{,}99 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - 0{,}76^n \geq 0{,}99$
On trouve $n \geq 17$
Le lycée doit présenter au moins 17 candidats pour être sur à 99 % qu'au moins 1 soit admis

Corrigé Exercice n°2



Partie A

1. Voir l'arbre de probabilités ci-contre.

2. $P(I_2) = p(S_1 \cap I_2) + p(M_1 \cap I_2) + p(I_1 \cap I_2)$
$= P(S_1)P_{S_1}(I_2) + P(M_1)P_{M_1}(I_2) + P(I_1)P_{I_1}(I_2)$
$= 0{,}85 \times 0{,}1 + 0{,}05 \times 0{,}35 + 0{,}1 \times 1$
$= \boldsymbol{0{,}2025}$

3. On cherche ici : $P_{I_2}(M_1) = \frac{P(M_1 \cap I_2)}{P(I_2)} = \frac{0{,}05 \times 0{,}35}{0{,}2025} \simeq 0{,}086.$
Sachant qu'un individu est immunisé en semaine 2, il y a donc environs 8,6% de chances qu'il ait été malade en semaine 1.
Partie B

1. A chaque semaine n, un individu est soit de type S, de type M ou de type I.
Les événements S_n, M_n et I_n forment donc une partition de l'univers considéré.
On a donc : $P(S_n) + P(M_n) + P(I_n) = 1$
Ce qui revient à : $u_n + v_n + w_n = 1$ CQFD

2. a. Il faut entrer la formule : =0,65*C2+0,05*B2

b. D'après la feuille de calcul, la valeur maximale de v_n est atteinte pour $n = 4$, qui est donc la valeur du pic épidémique.

3. a. D'après l'énoncé, les seuls individus de type S à la semaine $n + 1$ représentent 85% de ceux qui étaient de type S à la semaine précédente (la semaine n).
Donc en effet, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}85u_n$.
(u_n) est une suite géométrique.
On a donc : $u_n = 1 \times 0{,}85^n = 0{,}85^n$.

b. **<u>Initialisation</u>** : Pour $n = 0$, on a d'une part : $v_0 = 0$ et d'autre part $\frac{1}{4}(0{,}85^0 - 0{,}65^0) = \frac{1}{4}(1 - 1) = 0$.
On a donc effectivement $v_0 = \frac{1}{4}(0{,}85^0 - 0{,}65^0)$. La propriété est vraie pour $n = 0$
<u>Hypothèse de récurrence :</u> Supposons qu'il existe un entier $p \geq 0$, tel qu'on ait : $v_p = \frac{1}{4}(0{,}85^p - 0{,}65^p)$.
<u>Hérédité :</u>
On a:

D'une part :
$v_{p+1} = 0{,}65v_p + 0{,}05u_p$
$= 0{,}65 \times \frac{1}{4}(0{,}85^p - 0{,}65^p) + 0{,}05 \times 0{,}85^p$
$= 0{,}1625 \times 0{,}85^p - 0{,}1625 \times 0{,}65^p + 0{,}05 \times 0{,}85^p$
$= 0{,}2125 \times 0{,}85^p - 0{,}1625 \times 0{,}65^p$

D'autre part :
$\frac{1}{4}(0{,}85^{p+1} - 0{,}65^{p+1})$
$= 0{,}25 \times 0{,}85 \times 0{,}85^p - 0{,}25 \times 0{,}65 \times 0{,}65^p$
$= 0{,}2125 \times 0{,}85^p - 0{,}1625 \times 0{,}65^p$

On a donc effectivement : $v_{p+1} = \frac{1}{4}(0{,}85^{p+1} - 0{,}65^{p+1})$ La propriété est vraie aussi au rang $p + 1$.

<u>Conclusion :</u> Pour tout n, on a donc : $v_n = \frac{1}{4}(0{,}85^n - 0{,}65^n)$

4. Étant donné que : 0,85 ∈ $]0; 1[$ et 0,65 ∈ $]0; 1[$, alors : $\lim_{n\to+\infty} 0{,}85^n = 0$ *et* $\lim_{n\to+\infty} 0{,}65^n = 0$
On en déduit que :

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 0 \quad ; \quad \lim_{n\to+\infty} v_n = \frac{1}{4}(0 - 0) = 0 \quad et \quad \lim_{n\to+\infty} w_n = 1 - 0 - 0 = 1$$

Puisque $w_n = P(I_n)$ représente la probabilité qu'un individu soit immunisé, on en déduit que selon ce modèle, **tous les individus seront à long terme immunisés.**

Corrigé Exercice n°3

PARTIE I

1. d. 0,76 ... $p(X = 0) = \binom{9}{0} \times 0{,}03^0 \times 0{,}97^9 = 0{,}97^9 \simeq 0{,}76$

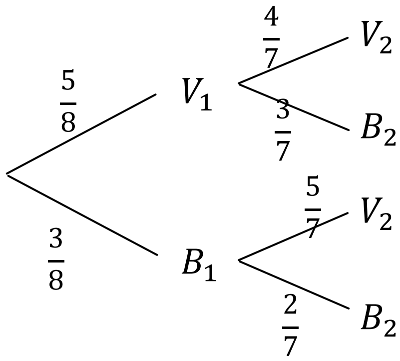
2. c. $\binom{9}{2} \times 0{,}97^7 \times 0{,}03^2$ car $p(X = 2)$

3. d. $1 - P(X = 0)$ car $p(X \geq 1)$

PARTIE II

4. b. $\frac{4}{7}$

Il ne reste que 7 boules dans l'urne (tirage sans remise) dont seulement 4 vertes



5. a. $\frac{5}{8}$

$p(V_2) = p(V_1 \cap V_2) + p(B_1 \cap V_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{20+15}{56} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$

Corrigé Exercice n°4

1. c. $f'(0) = 15$

2. a. $a = 10$ et $b = 5$

On a $f(0) = b$ par la calcul de $f(0) = 5$ graphiquement donc $b = 5$

et $f'(x) = (ax + a + 5)e^x$ donc $f'(0) = a + 5$ par le calcul et $f'(0) = 15$ par le graphique donc $a = 10$

3. c. Le point C est l'unique point d'inflexion de C_f

Par le calcul : f'' est du signe de $10x + 25$ donc s'annule en $-\frac{25}{10} = -2{,}5$ en changeant de signe.

Graphiquement : la présence de la tangente traversante en C justifie le point d'inflexion

4. d. 0,27 Il s'agit de la valeur approchée par excès à 0,01 près de la solution de l'équation $f(x) = 10$ avec $f(x) = (10x + 5)e^x$

Corrigé Exercice n°5

1. c. (AC) et (SB)

2. b. $\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ … les coordonnées de K et L sont $K\left(0; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ et $L\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$

3. b. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. c. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

5. b. $x + y + z - 1 = 0$ Méthode : on teste les coordonnées des points S, B et C pour les 4 propositions, en éliminant celles qui ne marchent pas pour chaque point au fur et à mesure