

Savoir Cd. 5 : Équations produit ou quotient nul

Résoudre les équations suivantes :

Entraînement n°1

a)	$(2x - 8)(5 + x) = 0$	b)	$(7x - 56)^2 = 0$	c)	$-3x(x - 2)(3x - 7) = 0$
d)	$\frac{5x - 30}{8x + 8} = 0$	e)	$\frac{(2 + 7x)(x - 1)}{9 - 9x} = 0$		

Entraînement n°2

a)	$(6x + 9)(x + 10) = 0$	b)	$7x(8x - 48)^2 = 0$	c)	$(x + 4)(2x - 10)(7x - 1) = 0$
d)	$\frac{x + 8}{5x + 40} = 0$	e)	$\frac{x - 7}{(-1 + 2x)(3x - 27)} = 0$		

Entraînement n°3

a)	$(x + \pi)(x - 2\pi) = 0$	b)	$x^2(2x - 10) = 0$	c)	$x\sqrt{7}(x - \sqrt{3})(x + 3x\sqrt{5}) = 0$
d)	$\frac{2x - 4}{-3x + 18} = 0$	e)	$\frac{x(x - 1)^2(x + 4)}{(12 + 3x)(x - 5)} = 0$		

Entraînement n°4

a)	$4x(6 - 3x) = 0$	b)	$\frac{4 - 5x}{2 - x} = 0$	c)	$-2(x + 4)(2 - 6x) = 0$
d)	$\frac{(2 - 2x)(3x + 9)}{x - 1} = 0$	e)	$(3 - x)^2 = 0$		

Corrigé Entraînement n°1

a) Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul :

$$\begin{aligned} (2x - 8)(5 + x) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x - 8 = 0 \quad \text{ou} \quad 5 + x &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 4 \quad \text{ou} \quad x &= -5 \\ S &= \{-5; 4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (7x - 56)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 7x - 56 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{56}{7} &= 8 \\ S &= \{8\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -3x(x - 2)(3x - 7) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 2 \quad \text{ou} \quad x &= \frac{7}{3} \\ S &= \left\{0; 2; \frac{7}{3}\right\} \end{aligned}$$

d) La valeur interdite de l'expression est donnée par :

$$8x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

L'expression est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Le quotient est alors nul si son numérateur est nul :

$$\begin{aligned} \frac{5x - 30}{8x + 8} = 0 &\Leftrightarrow 5x - 30 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \\ S &= \{6\} \end{aligned}$$

e) Valeur interdite : $9 - 9x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Solution : $(2 + 7x)(x - 1) = 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2 + 7x &= 0 \quad \text{ou} \quad x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{2}{7} \quad \quad \quad x = 1 \end{aligned}$$

(mais x ne peut pas être égal à 1) $S = \left\{-\frac{2}{7}\right\}$

Corrigé Entraînement n°2

$$\begin{aligned} \text{a) } (6x + 9)(x + 10) &= 0 \\ \Leftrightarrow 6x + 9 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 10 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{9}{6} \quad \text{ou} \quad x &= -10 \\ S &= \left\{-10; -\frac{3}{2}\right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 7x(8x - 48)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 7x = 0 \quad \text{ou} \quad 8x - 48 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x &= 6 \\ S &= \{0; 6\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (x + 4)(2x - 10)(7x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -4 \quad \text{ou} \quad x = 5 \quad \text{ou} \quad x &= \frac{1}{7} \\ S &= \left\{-4; \frac{1}{7}; 5\right\} \end{aligned}$$

d) Valeur interdite : $5x + 40 = 0 \Leftrightarrow x = -8$.

L'expression est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-8\}$.

Solution : $\Leftrightarrow x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -8$

Mais x ne peut pas être égal à -8 , donc : $S = \emptyset$

e) Valeurs interdites : $x = \frac{1}{2}$ et $x = 9$

Sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}; 9\right\}$, on a donc : $x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$

$$S = \{7\}$$

Corrigé Entraînement n°3

$$\begin{aligned} \text{a) } (x + \pi)(x - 2\pi) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = -\pi \quad \text{ou} \quad x &= 2\pi \\ S &= \{-\pi; 2\pi\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2(2x - 10) &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x &= 5 \\ S &= \{0; 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x\sqrt{7}(x - \sqrt{3})(x + 3\sqrt{5}) &= 0 \\ \Leftrightarrow x\sqrt{7} = 0 \quad \text{ou} \quad x - \sqrt{3} &= 0 \quad \text{Ou} \quad x + 3\sqrt{5} = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{0}{\sqrt{7}} = 0 \quad \text{ou} \quad x &= \sqrt{3} \quad \text{ou} \quad x = -3\sqrt{5} \\ S &= \{-3\sqrt{5}; 0; \sqrt{3}\} \end{aligned}$$

d) Valeur interdite : $-3x + 18 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{18}{3} = 6$.

L'expression est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{6\}$.

Solution : $2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow S = \{2\}$

e) Valeurs interdites : -4 et 5

Sur $\mathbb{R} \setminus \{-4; 5\}$, on a : $x(x - 1)^2(x + 4) = 0$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

Conclusion : $S = \{0; 1\}$ Non ce n'est pas un oubli !

Corrigé Entraînement n°4

a) $4x(6 - 3x) = 0$

$4x = 0$ ou $6 - 3x = 0$

$x = 0$ $x = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \mathbf{S} = \{\mathbf{0; 2}\}$

c) $-2(x + 4)(2 - 6x) = 0$

$x + 4 = 0$ ou $2 - 6x = 0$

$x = -4$ $x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \mathbf{S} = \left\{-\mathbf{4; \frac{1}{3}}\right\}$

e) $(3 - x)^2 = 0 \Leftrightarrow 3 - x = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$\Rightarrow \mathbf{S} = \{\mathbf{3}\}$

b) $\frac{4 - 5x}{2 - x} = 0$

vi : $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow \mathbf{D} = \mathbb{R} \setminus \{\mathbf{2}\}$

sol : $4 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \Rightarrow \mathbf{S} = \left\{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}\right\}$

d) $\frac{(2-2x)(3x+9)}{x-1} = 0$

vi : $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \mathbf{D} = \mathbb{R} \setminus \{\mathbf{1}\}$

sol : $2 - 2x = 0$ ou $3x + 9 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{2}{2} = 1$ (vi) ou $x = -\frac{9}{3} = -3$

$\Rightarrow \mathbf{S} = \{-\mathbf{3}\}$