Exercice 6 : Conjecturer la limite d'une suite

Pour chacune des suites, conjecturer sur sa limite éventuelle.

1) À partir d'un tableau de valeurs.

$u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{3}{u_n}\right) \quad et \quad u_0 = 6$

n	Un
0	6
1	3,25
2	2,086538462
3	1,76216324
4	1,732308093
5	1,732050827
6	1,732050808
7	1,732050808

$v_n = n + 4\sin n$

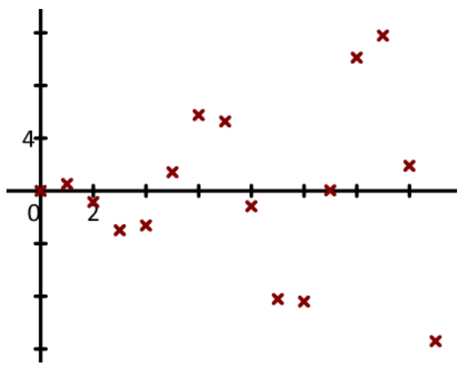
n	Vn
6	5,720584502
7	7,656986599
8	8,989358247
9	9,412118485
10	9,455978889
11	10,00000979
12	11,46342708
13	13,42016704

$w_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n$

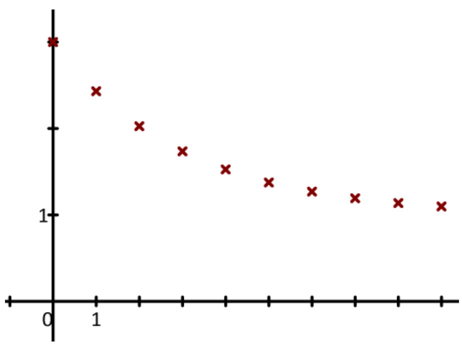
n	Vn
3	-3,375
4	5,0625
5	-7,59375
6	11,390625
7	-17,0859375
8	25,62890625
9	-38,44335938
10	57,66503906

2) À partir d'un graphique (formule explicite)

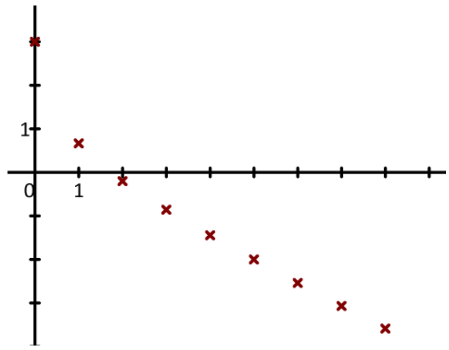
$a_n = n \times cos\, n$



$b_n = 2e^{-\frac{n}{3}} + 1$

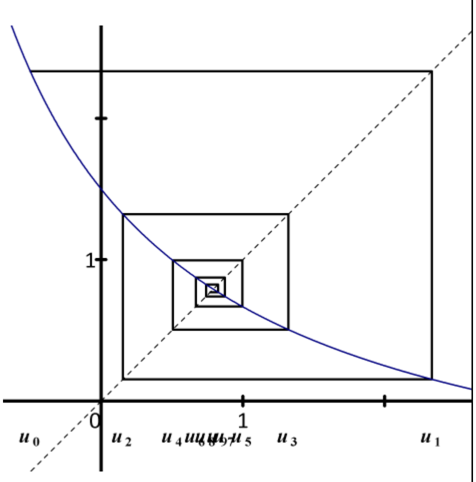


$c_n = \frac{n^2+1}{3-n}$

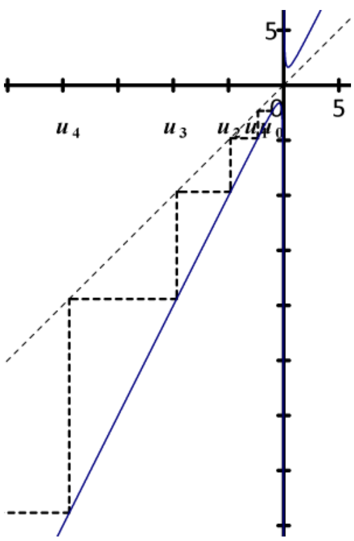


3) À partir d'un graphique (relation de récurrence)

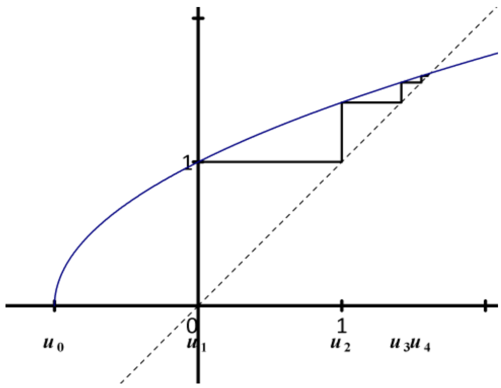
$R_{n+1} = \frac{3-R_n}{2+R_n} \quad et \quad R_0 = -\frac{1}{2}$



$S_{n+1} = 2S_n + \dfrac{1}{3S_n} \quad et \quad s_0 = -1$



$T_{n+1} = \sqrt{T_n + 1} \quad et \quad T_0 = -1$



Exercice 7 : Limites des suites usuelles, multiples et sommes

Déterminer, quand c'est possible, les limites quand n tend vers $+\infty$ des suites suivantes. Rédiger correctement la première ligne, puis donner directement le résultat des autres.

1) Multiples

$a_n = 2 \times 3^n$ $\quad$ $s_n = 2e^{-n}$ $\quad$ $c_n = -7n^2$

$g_n = 0{,}8 \times 1{,}2^n$ $\quad$ $h_n = -3\ln(n)$ $\quad$ $\varepsilon_n = \dfrac{3}{n^3}$

$l_n = \dfrac{n}{5}$ $\quad$ $p_n = -\dfrac{5}{4} \times e^n$ $\quad$ $q_n = 2\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

(t_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$ et de premier terme $t_0 = 3$

Un peu plus…

$d_n = (-2)^n$ $\quad$ $i_n = -\dfrac{n^3}{3}$

$j_n = -3 \times 4^n$ $\quad$ $k_n = \left(\dfrac{4}{5}\right)^n$

$r_n = -3(-0{,}4)^n$ $\quad$ $b_n = -2\sqrt{n}$

(u_n) est géométrique de raison $\frac{7}{4}$ et de premier terme $u_0 = -5$

2) Sommes

$v_n = 6n^2 + \dfrac{2}{n}$ $\quad$ $w_n = \ln(n) - n$ $\quad$ $x_n = 6 - 3n$

$A_n = 3n^2 + n$ $\quad$ $B_n = 5 - 3 \times e^n$ $\quad$ $C_n = 3 + \dfrac{1}{n}$

$G_n = 1 + \pi^n$ $\quad$ $H_n = 3e^{-n} - 1$ $\quad$ $I_n = -2n^2 + 4$

On a $L_n = M_n + 4$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} M_n = -6$. Quelle est la limite de (L_n) ?

Un peu plus…

$y_n = 3 + \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$ $\quad$ $z_n = n^3 - 2n$

$D_n = (-1)^n - n$ $\quad$ $E_n = \dfrac{4}{n} - \dfrac{1}{n^2}$

$J_n = -3n - \left(\dfrac{7}{2}\right)^n$ $\quad$ $K_n = 4e^{-n} - e^n$

On a : $P_n + R_n = n^2$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} R_n = +\infty$.

Quelle est la limite de (P_n) ?