Savoir Vps. 3 : Décomposition dans une base

Entraînement n°1

1) a) Dans la base ($\overrightarrow{u}$; $\overrightarrow{v}$), le vecteur $\overrightarrow{a}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{a}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Exprimer $\overrightarrow{a}$ en fonction des vecteurs de la base.

b) On sait que $\vec{m} = -\vec{b}$. Donner les coordonnées de $\vec{m}$ dans la base $(\vec{a};\vec{b})$

c) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{MI}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{MO}} + \overrightarrow{\mathbf{IE}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MI}$ dans la base ($\overrightarrow{MO}$; $\overrightarrow{EI}$)

d) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{NY}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\overrightarrow{\mathbf{AN}} - \mathbf{3}\,\overrightarrow{\mathbf{AB}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{NY}$ dans la base ($\overrightarrow{NA}$; $\overrightarrow{NB}$)

2) a) ABC est un triangle, I est le milieu de [AB] et J celui de [BC].

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AJ}}$ dans la base ($\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{BC}$)

b) MATH est un parallélogramme, et S est un point tel que $\overrightarrow{\mathbf{AS}} = -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\overrightarrow{\mathbf{MT}}$.

Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MS}$ dans le repère (M ; $\overrightarrow{MA}$; $\overrightarrow{MH}$) et en déduire les coordonnées du point S

Entraînement n°2

1) a) Dans la base ($\overrightarrow{u}$; $\overrightarrow{v}$), le vecteur $\overrightarrow{a}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{a}(-\frac{1}{2} ; 5)$.

Exprimer $\overrightarrow{a}$ en fonction des vecteurs de la base.

b) On sait que $\vec{w} = \vec{\imath} - 7\vec{a}$. Donner les coordonnées de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{a};\vec{\imath})$

c) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{GA}} = -\mathbf{2}\overrightarrow{\mathbf{AB}}\ -\mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{BC}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA}$ dans la base ($\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$)

d) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{AR}} = \overrightarrow{\mathbf{AF}} - \mathbf{3}\,\overrightarrow{\mathbf{FE}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AR}$ dans la base ($\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{AF}$)

2) a) AVEC est un parallélogramme et M est le milieu de [CE]

Exprimer $\overrightarrow{CM}$ dans le repère (C ; $\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{CV}$) et en déduire les coordonnées du point M

b) TRI est un triangle non aplati, et N est un point tel que $\overrightarrow{\mathbf{RN}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\overrightarrow{\mathbf{IT}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{TN}$ dans la base ($\overrightarrow{TR}$; $\overrightarrow{TI}$)

Entraînement n°3

1) a) Dans la base $(\vec{i}\ ;\ \vec{j})$, le vecteur $\vec{a}$ a pour coordonnées : $\vec{a}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -2 \end{pmatrix}$.

Exprimer $\vec{a}$ en fonction des vecteurs de la base.

b) On sait que $\vec{b} = -12\vec{e} + 9\vec{u}$. Donner les coordonnées de $\vec{b}$ dans la base $(\vec{u}; \vec{e})$

c) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{AB}} = \overrightarrow{\mathbf{BC}} - \mathbf{4}\overrightarrow{\mathbf{CB}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ dans la base $(\overrightarrow{\mathbf{CB}}\ ,\ \overrightarrow{\mathbf{CA}})$

d) On donne l'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathbf{AP}} = \mathbf{3}\overrightarrow{\mathbf{EP}} - \overrightarrow{\mathbf{FP}}$

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AP}}$ dans la base $(\overrightarrow{\mathbf{EF}}\ ,\ \overrightarrow{\mathbf{EP}})$

2) a) ABCD est un parallélogramme de centre O.

Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{BD}}$ dans la base $(\overrightarrow{\mathbf{OC}}\ ,\ \overrightarrow{\mathbf{AB}})$

b) ANG est un triangle non aplati, et T est un point tel que $\overrightarrow{\mathbf{GT}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\overrightarrow{\mathbf{GN}}$

Donner les coordonnées du point **T** dans le repère $(\mathbf{A}\ ,\ \overrightarrow{\mathbf{AN}}\ ,\ \overrightarrow{\mathbf{AG}})$

Savoir Vps. 3 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) a) $\vec{a} = \overrightarrow{\mathbf{4u}} - \overrightarrow{\mathbf{6v}}$ **b)** $\vec{\boldsymbol{m}}(\mathbf{0};\ -\mathbf{1})$ **c)** $\overrightarrow{MI} = 3\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{EI} \Rightarrow \overrightarrow{MI}\begin{pmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix}$

d) $\overrightarrow{NY} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AN} - 3\,\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{NB} = \frac{7}{2}\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{NB} \;\Rightarrow\; \overrightarrow{\mathbf{NY}}\begin{pmatrix} \mathbf{\frac{7}{2}} \\ \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

2) a) $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ car I milieu de [AB] et J milieu de [CB] $\Rightarrow \overrightarrow{AJ}\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{1/2} \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MH} - \frac{2}{3}\overrightarrow{HT}$ Comme MATH parallélogramme, $\overrightarrow{HT} = \overrightarrow{MA}$

$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\,\overrightarrow{MH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{MH}$

Donc $\overrightarrow{MS}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et comme M est l'origine du repère, on a **S** $\left(\mathbf{\frac{1}{3}\,;-\frac{2}{3}}\right)$

Corrigé Entraînement n°2

1) a) $\vec{a} = -\boldsymbol{\frac{1}{2}}\,\overrightarrow{\boldsymbol{u}} + \overrightarrow{\mathbf{5v}}$ **b)** $\vec{w}\begin{pmatrix} \mathbf{-7} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$ **c)** $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} = \mathbf{2\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC}} \Rightarrow \overrightarrow{GA}\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

d) $\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{AF} - 3\,\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AF} - 3\overrightarrow{FA} - 3\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AF} + 3\overrightarrow{AF} - 3\overrightarrow{AE} = -3\overrightarrow{AE} + 4\overrightarrow{AF} \Rightarrow \overrightarrow{AR}\begin{pmatrix} \mathbf{-3} \\ \mathbf{4} \end{pmatrix}$

2) a) M est le milieu de [CE], donc $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CE}$ Comme AVEC parallélogramme, $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AV}$

$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AV} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CV} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CV} \;\Rightarrow\; \overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et comme C est l'origine du repère, on a $\mathbf{M\left(-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right)}$

b) $\overrightarrow{TN} = \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{TR} + \frac{3}{2}\,\overrightarrow{IT} = \overrightarrow{TR} - \frac{3}{2}\,\overrightarrow{TI} \;\Rightarrow\; \overrightarrow{TN}\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{-\frac{3}{2}} \end{pmatrix}$

Corrigé Entraînement n°3

1) a) $\overrightarrow{\boldsymbol{a}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\overrightarrow{\boldsymbol{i}} - \overrightarrow{\mathbf{2}\boldsymbol{j}}$ **b)** $\vec{\boldsymbol{b}}\begin{pmatrix} 9 \\ -12 \end{pmatrix}$ **c)** $\overrightarrow{AB} = -5\,\overrightarrow{CB} = \begin{pmatrix} \mathbf{-5} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$

d) $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{EP} - \overrightarrow{FP} = 3\overrightarrow{EP} - \overrightarrow{FE} - \overrightarrow{EP} = 2\overrightarrow{EP} + \overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{pmatrix}$

2) a) On a $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ car ABCD parallélogramme et $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{OC}$ car O est milieu de [AC]

Donc $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \mathbf{-2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{OC}}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{\mathbf{BD}}\begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{-2} \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GT} = \overrightarrow{AG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{AG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} = \mathbf{\frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AG}}$ et A est l'origine du repère $\Rightarrow$ $\mathbf{T(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3})}$