Corrections Savoir Ed.4

Corrigé Exercice 8

1)

$F_3(x) = \frac{1}{3}\boldsymbol{e^{3x-2}}$	$G_3(x) = \boldsymbol{x - 2e^{-x}}$	$H_3(t) = \mathbf{ln}(\boldsymbol{4t - 1})$	$\Phi_3(x) = x - \frac{4x^2}{2} - \frac{1}{\frac{1}{2}}e^{\frac{x}{2}} = \boldsymbol{x - 2x^2 - 2e^{\frac{x}{2}}}$
$I_3(x) = \mathbf{3\,ln}(\boldsymbol{x+2})$	$J_3(t) = -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\mathbf{ln}(\boldsymbol{1-3t})$	$K_3(x) = \frac{2}{4}e^{4x} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{4x}}$	$\Theta_3(x) = \mathbf{-6\,ln}(\boldsymbol{1-x})$
$L_3(x) = 3 \times \frac{1}{\frac{1}{2}}e^{\frac{1}{2}x+3} = \boldsymbol{6e^{\frac{1}{2}x+3}}$	$M_3(x) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\mathbf{ln}(\boldsymbol{2+3x})$	$N_3(\theta) = \boldsymbol{2\theta^2} - \frac{5}{2}\mathbf{ln}(\boldsymbol{2\theta - 2})$	$\psi_3(x) = e^x - e^{-x}$ $\Psi_3(x) = \boldsymbol{e^x + e^{-x}}$

$p_1(x) = \frac{2x+4-4}{x+2} = 2 - \frac{4}{x+2} \Rightarrow \; P_1(x) = \boldsymbol{2x - 4\,\mathbf{ln}(x+2)}$

2) $f_1(x) = \frac{1}{2}(2x)e^{x^2+1} \;\Rightarrow$ cas $u'e^u$ avec $u = x^2+1$ et $u' = 2x \;\Rightarrow\; F_1(x) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{e^{x^2+1}}$

$g_1(x) = \frac{1}{3}(3x^2)e^{x^3} \;\Rightarrow$ cas $u'e^u$ avec $u = x^3$ et $u' = 3x^2 \;\Rightarrow\; G_1(x) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{e^{x^3}}$

$h_1(\theta) = 2(2\theta)e^{\theta^2-1} \;\Rightarrow$ cas $u'e^u$ avec $u = \theta^2+1$ et $u' = 2\theta \;\Rightarrow\; H_1(\theta) = \boldsymbol{2e^{\theta^2-1}}$

$i_1(x) = \frac{3x^2+1}{x^3+x} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = x^3+x$ et $u' = 3x^2+1 \Rightarrow\; I_1(x) = \mathbf{ln}(\boldsymbol{x^3+x})$

$j_1(t) = 2 - \frac{1}{2}\times\frac{2t}{t^2-1} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = t^2-1$ et $u' = 2t \;\Rightarrow\; J_1(t) = \boldsymbol{2t} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{ln}(\boldsymbol{t^2-1})$

$k_1(x) = \frac{4x}{2x^2+2} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = 2x^2+2$ et $u' = 4x \Rightarrow\; K_1(x) = \mathbf{ln}(\boldsymbol{2x^2+2})$

$l_1(x) = 2\times\frac{2e^x}{1+2e^x} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = 1+2e^x$ et $u' = 2e^x \;\Rightarrow\; L_1(x) = \mathbf{2\,ln}(\boldsymbol{1+2e^x})$

$m_1(x) = \frac{1}{4}(4x)e^{2x^2} - 1 \;\Rightarrow$ cas $u'e^u$ avec $u = 2x^2$ et $u' = 4x \;\Rightarrow\; M_1(x) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{e^{2x^2} - x}$

$n_1(\theta) = 1 - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = 1+e^{-\theta}$ et $u' = -e^{-\theta} \;\Rightarrow\; N_1(\theta) = \boldsymbol{\theta} - \mathbf{ln}\left(\boldsymbol{1+e^{-\theta}}\right)$

$\varphi_1(x) = \frac{4}{3}\times\frac{1}{2}(2x)e^{\frac{x^2}{4}-2} \;\Rightarrow$ cas $u'e^u$ avec $u = \frac{x^2}{4} - 2$ et $u' = \frac{2x}{4} = \frac{1}{2}x \;\Rightarrow\; \Phi_1(x) = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{e^{\frac{x^2}{4}-2}}$

$\psi_1(t) = -\frac{1}{2}\times\frac{(-2t)}{1-t^2} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = 1-t^2$ et $u' = -2t \;\Rightarrow\; \Psi_1(t) = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{ln}(\boldsymbol{1-t^2})$

$\omega_1(x) = \frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}} \;\Rightarrow$ cas $\frac{u'}{u}$ avec $u = x+e^{-x}$ et $u' = 1-e^{-x} \Rightarrow\; \Omega_1(x) = \mathbf{ln}(\boldsymbol{x+e^{-x}})$

3) $f_2(x) = \frac{1}{2}\times 2x(x^2-3) \;\Rightarrow\; u'u$ avec $u = x^2-3$ et $u' = 2x \;\Rightarrow\; F_2(x) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(x^2-3)^2 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}(\boldsymbol{x^2-3})^{\mathbf{2}}$

$g_2(t) = t - (4-t)^3 \;\Rightarrow\; u'u^n$ avec $n = 3,\; u = 4-t$ et $u' = -1 \;\Rightarrow\; G_2(t) = \frac{\boldsymbol{t^2}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}(\boldsymbol{4-t})^{\mathbf{4}}$

$h_2(x) = -\frac{1}{2}\times(-2e^{2x})(1-e^{2x})^2 \;\Rightarrow\; u'u^n$ avec $n = 2,\; u = 1-e^{2x}$ et $u' = -2e^{2x}$

$\Rightarrow\; H_2(x) = -\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}(1-e^{2x})^3 = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}(\boldsymbol{1-e^{2x}})^{\mathbf{3}}$

$i_2(x) = \frac{1}{x}(\ln x - 3) \Rightarrow u'u$ avec $u = \ln x - 3$ et $u' = \frac{1}{x} \Rightarrow I_2(x) = \mathbf{\frac{1}{2}(\ln x - 3)^2}$

$j_2(x) = 2\sqrt{2x-1} + 3 \Rightarrow u'u^n$ avec $n = \frac{1}{2}$, $u = 2x - 1$ et $u' = 2$

$\Rightarrow J_2(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} \times 2(2x-1)^{1+\frac{1}{2}} + 3x = \mathbf{\frac{4}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + 3x}$

$k_2(\alpha) = \cos\alpha\,(1 + \sin\alpha) \Rightarrow u'u$ avec $u = 1 + \sin\alpha$ et $u' = \cos\alpha \Rightarrow K_2(\alpha) = \mathbf{\frac{1}{2}(1 + \sin\alpha)^2}$

4) $f_3(t) = \frac{4}{(t+1)^2} \Rightarrow \frac{u'}{u^n}$ avec $n = 2$, $u = t + 1$ et $u' = 1 \Rightarrow F_3(t) = \mathbf{-\frac{4}{t+1}}$

$g_3(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow \frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec $u = 1 + x^2$ et $u' = 2x \Rightarrow G_3(x) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{1+x^2} = \mathbf{\sqrt{1+x^2}}$

$h_3(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^4} + x \Rightarrow \frac{u'}{u^n}$ avec $n = 4$, $u = x^2 + 1$ et $u' = 2x \Rightarrow H_3(x) = \mathbf{\frac{-1}{3(x^2+1)^3} + \frac{x^2}{2}}$

$i_3(x) = \frac{e^x}{(e^x-1)^2} \Rightarrow \frac{u'}{u^n}$ avec $n = 2$, $u = e^x - 1$ et $u' = e^x \Rightarrow I_3(x) = \mathbf{\frac{-1}{e^x-1} = \frac{1}{1-e^x}}$

$j_3(x) = -\frac{-1}{(3-x)^3} \Rightarrow \frac{u'}{u^n}$ avec $n = 3$, $u = 3 - x$ et $u' = -1 \Rightarrow J_3(x) = \mathbf{\frac{1}{2(3-x)^2}}$

$k_3(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{\lambda+1}} \Rightarrow \frac{u'}{\sqrt{u}}$ avec $u = \lambda + 1$ et $u' = 1 \Rightarrow K_3(\lambda) = 2 \times 2\sqrt{\lambda+1} = \mathbf{4\sqrt{\lambda+1}}$

5) $f_4(\theta) = \cos(3\theta + 1) \Rightarrow F_4(\theta) = \frac{1}{3}\sin(3\theta + 1)$

$g_4(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \Rightarrow G_4(x) = 2 \times -\frac{2}{1}\cos\left(\frac{x}{2}\right) - x = \mathbf{-4\cos\left(\frac{x}{2}\right) - x}$

$h_4(x) = \cos(2x) - \sin(x) \Rightarrow H_4(x) = \mathbf{\frac{1}{2}\sin(2x) + \cos(x)}$