

Savoir SL. 2 : Utilisation d'une suite auxiliaire

Exercice 4 : Suites arithmético-géométriques

1) On considère la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 1$ et telle que $u_{n+1} = 5u_n + 8$ pour tout entier naturel n .

On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = u_n + 2 \text{ pour tout entier naturel } n.$$

- Calculer u_1, u_2, u_3 puis v_0, v_1, v_2 et v_3
- Montrer que la suite (v_n) est géométrique
- Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
- En déduire l'expression de u_n en fonction de n

2) On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = 1,6u_n - 15 \\ u_0 = 800 \end{cases}$$

On définit suite (v_n) pour tout entier naturel n par :

$$v_n = u_n - 25$$

- Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

3) Soit la suite (u_n) définie pour tout n par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \\ u_0 = 6 \end{cases}$$

On admet que, pour tout n , on a $u_n \neq 2$

Soit la suite (v_n) définie pour tout n par : $v_n = u_n - 2$

- Calculer les 3 premiers termes des suites u et v
- Montrer que la suite v est géométrique de raison $\frac{1}{2}$
- Exprimer v_n en fonction de n
- En déduire l'expression de u_n en fonction de n

Un peu plus...

4) Le responsable du foyer des jeunes d'un village a décidé d'organiser une brocante annuelle. Pour la première brocante, en 2012, il a recueilli 110 inscriptions. D'après les renseignements pris auprès d'autres organisateurs dans les villages voisins, il estime que d'une année sur l'autre, 90 % des exposants se réinscriront et que 30 nouvelles demandes seront déposées.

On désigne par u_n le nombre d'exposants en $(2012+n)$ avec n un entier naturel. Ainsi u_0 est le nombre d'exposants en 2012, soit $u_0 = 110$.

- Quel est le nombre d'exposants attendu pour 2013 ?
- Justifier que, pour tout entier n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 30$.
- Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = u_n - 300$.
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9.
- En déduire pour tout entier naturel n , l'expression de u_n en fonction de n

Exercice 5 : Autres suites

1) Soit la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n+1} \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

et (v_n) définie pour tout n par : $v_n = \frac{1}{u_n}$.

On admet que, pour tout n , on a $u_n \neq -\frac{1}{2}$ et $u_n \neq 0$

- Calculer les 3 premiers termes des suites u et v
- Démontrer que la suite v est arithmétique de raison 2
- Exprimer v_n en fonction de n
- En déduire l'expression de u_n en fonction de n

2) Soit les suites (a_n) et (b_n) définies pour tout

n par :
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{3}n + 1 \end{cases} \text{ et } b_n = a_n - n$$

- Démontrer que (b_n) est géométrique
- Exprimer a_n en fonction de n

Un peu plus...