Corrections Savoir Vps. 5

Corrigé Exercice 3

1) a. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-4\\-10\end{pmatrix}$ On a $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$: les vecteurs sont colinéaires, donc les points A, B **et** D **sont alignés.**

On a même B milieu de $[AD]$

b. On a $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}$

et $Det(\overrightarrow{EF};\overrightarrow{GB}) = 9 - 21 = -12 \neq 0$

Les droites (EF) **et** (GB) **ne sont pas parallèles.**

c. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\-8\end{pmatrix}$ et $Det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = 16 - 15 = 1 \neq 0$

Les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les points A, B **et** C **ne sont pas alignés,** C **n'appartient pas à** (AB)

d. Montrer que le quadrilatère $BDEF$ est un trapèze de bases $[DE]$ et $[BF]$

$\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-14\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix}-7\\2\end{pmatrix}$ On a $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{DE}$: les vecteurs sont colinéaires, donc les droites (DE) et (BF) sont parallèles et le quadrilatère $BDEF$ **est bien un trapèze de bases** $[DE]$ **et** $[BF]$

a. $\overrightarrow{MR}\begin{pmatrix}12\\-8\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$

On a $Det(\overrightarrow{MR};\overrightarrow{NP}) = -24 + 24 = 0$
les vecteurs sont colinéaires, donc les droites (MR) **et** (NP) **sont parallèles**

b. Rappel : $J(0;1)$ dans le repère (O, I, J)

$\overrightarrow{SJ}\begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix}16\\4\end{pmatrix}$ On a $\overrightarrow{ST} = 2\overrightarrow{SJ}$: les vecteurs sont colinéaires, donc les points S, J **et** T **sont alignés. On a même J milieu de** $[ST]$

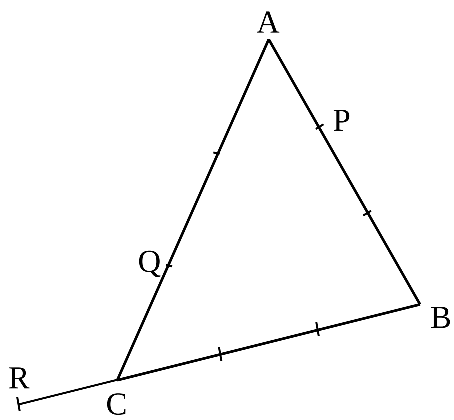
2) **a.** $\Rightarrow$

b. $\overrightarrow{CQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CQ}$ et $\overrightarrow{CR} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = -3\overrightarrow{CR}$

c. $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{CQ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CQ} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

$= 3\overrightarrow{CQ} + \frac{1}{3}(-3\overrightarrow{CQ}) + \frac{1}{3}(-3\overrightarrow{CR}) = \overrightarrow{CQ} - \overrightarrow{CQ} - \overrightarrow{CR}$

$= \boldsymbol{-\overrightarrow{CR} + 2\overrightarrow{CQ}}$ **CQFD**



d. Dans$(C\,;\ \overrightarrow{CR}\,;\ \overrightarrow{CQ})$, on a $R(1\,;0)$; $Q(0\,;1)$
et comme $\overrightarrow{CP} = -\overrightarrow{CR} + 2\overrightarrow{CQ}$ alors $P(-1\,;2)$
On a $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$
Donc $\overrightarrow{PR} = 2\overrightarrow{PQ}$ les vecteurs sont colinéaires, les points sont alignés (on a même Q milieu de $[PR]$

Corrigé Exercice 4

1) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}-4\\y-2\end{pmatrix}$ Donc $Det(\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{CM}) = \begin{vmatrix}-2 & -4\\9 & y-2\end{vmatrix} = -2(y-2) + 36 = -2y + 40$
Pour que (AB) et (CM) soit parallèles, on doit avoir $Det(\overrightarrow{AB}\,;\ \overrightarrow{CM}) = 0 \Leftrightarrow -2y + 40 = 0 \Leftrightarrow y = 20$
(AB) **et** (CM) **sont donc parallèles pour** $y = 20$.

2) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}11\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+7\\-1\end{pmatrix}$ Donc $Det(\overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AM}) = \begin{vmatrix}11 & x+7\\1 & -1\end{vmatrix} = -11 - x - 7 = -x - 18$
Pour que A, B et M soit parallèles, on doit avoir $Det(\overrightarrow{AB}\,;\ \overrightarrow{AM}) = 0 \Leftrightarrow -x - 18 = 0 \Leftrightarrow x = 18$
Les points A, B et Msont alignés pour $x = 18$

3) **a.** On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} m-2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires si $Det(\overrightarrow{CD}\ ;\ \vec{u}) = 0$

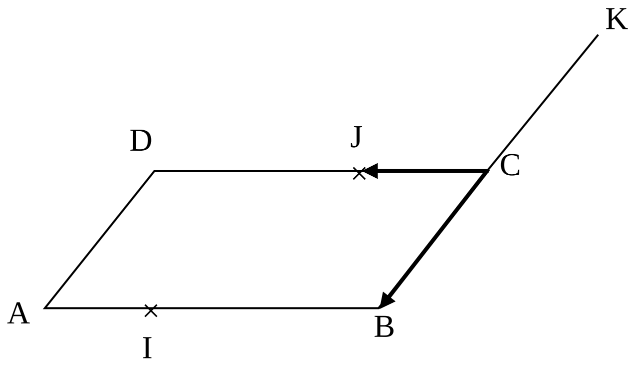
$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} m-2 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0 \ \Leftrightarrow -m+2+2=0 \ \Leftrightarrow \ \boldsymbol{m=4}$

b. $m=4$ on a donc $D(4\,;7)$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. On a aussi $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4-(1+t) \\ t-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-t \\ t-3 \end{pmatrix}$

Donc $Det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 3-t & 2 \\ t-3 & -2 \end{vmatrix} = -2(3-t)-2(t-3) = -6+2t-2t+6 = \mathbf{0}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont toujours colinéaires, donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles quelque soit le nombre t.

Corrigé Exercice 5



a) $\Rightarrow$

b) On a $\boldsymbol{J(1\ ;\ 0)}$ et $\boldsymbol{K(0\ ;-1)}$

On veut exprimer $\overrightarrow{CI}$ en fonction de $\overrightarrow{CJ}$ et $\overrightarrow{CB}$:

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Comme $ABCD$ est un parallélogramme :

$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \frac{2}{3} \times 3\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{CB}$

On a $\boldsymbol{I\ (2\ ;\ 1)}$

c) $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JK}$ **Non seulement les points $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{J}$ et $\boldsymbol{K}$ sont alignés, mais en plus, $\boldsymbol{J}$ est le milieu de $[\boldsymbol{IK}]$**