

Savoirs Pb.1 : Probabilités conditionnelles

Exercice 1: Rédiger la signification des notations

On tire au hasard une personne parmi un groupe de malades.

On définit les événements :

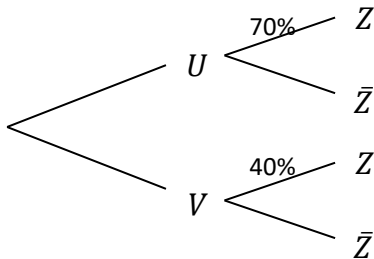
- A : « Le malade choisi a plus de 60 ans »
- C : « Le malade choisi est contagieux »

Rédiger la signification des notations suivantes.

$$p(C) \quad | \quad A \cap C \quad | \quad \bar{A} \cup C \quad | \quad p_A(C) \quad | \quad p(\bar{C} \cap A) \quad | \quad p_{\bar{C}}(A) \quad | \quad \bar{A}$$

Exercice 2: Repérer les bonnes probabilités

1) Soit U , V et Z trois événements décrits par l'arbre et le tableau suivants.



	Z	$\bar{Z}$
U	7%	3%
V	36%	54%

Déterminer les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned} & p(U \cap Z) \quad ; \quad p_V(Z) \\ & p_U(\bar{Z}) \quad ; \quad p(V \cap \bar{Z}) \\ & p(U) \quad ; \quad p(\bar{Z}) \end{aligned}$$

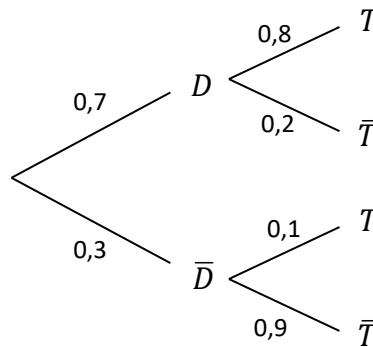
2) Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable (DD) et leur pratique du tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

- D : L'élève interrogé est sensible au développement durable.
- T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Ce tirage aléatoire est décrit par l'arbre et le tableau suivants.

On accompagnera chaque réponse aux questions suivantes de la notation qui convient



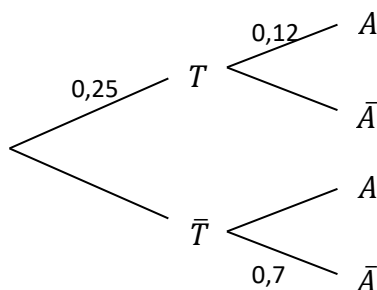
	D	$\bar{D}$	Total
T	0,56	0,03	0,59
$\bar{T}$	0,14	0,27	0,41
Total	0,7	0,3	1

- Quelle est la probabilité que l'élève soit sensible au DD tout en pratiquant le tri sélectif ?
- Quelle est la probabilité que l'élève pratique le tri sélectif ?
- L'élève n'est pas sensible au DD. Quelle est alors la probabilité qu'il ne pratique pas le tri sélectif ?
- Quelle est la probabilité que l'élève pratique le tri sélectif sans être sensible au DD ?
- Quelle est la probabilité que l'élève ne pratique pas le tri sélectif sachant qu'il est sensible au DD ?
- On tire au hasard un élève parmi ceux qui sont sensibles au DD. Quelle est alors la probabilité que l'élève tiré pratique le tri sélectif ?
- On considère au regroupement de tous les élèves sensibles au DD avec tous les élèves pratiquant le tri sélectif. Lorsqu'on tire un élève dans le lycée, quelle est la probabilité qu'il fasse partie de ce groupe ?

3) Sur une exploitation agricole, une maladie rend la conservation de fruits difficile. Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un champ : sur une partie du champ, les fruits sont traités, sur l'autre, non.

On prélève au hasard un fruit récolté dans le champ et on note :

- T l'évènement « Le fruit prélevé provient de la partie traitée » ;
- A l'évènement « Le fruit prélevé est abîmé ».



	A	$\bar{A}$
T	0,03	
$\bar{T}$		0,525

Ce tirage aléatoire est décrit par l'arbre et le tableau suivants.

On accompagnera chaque réponse aux questions suivantes de la notation qui convient.

- Quelle est la probabilité d'obtenir un fruit traité ?
- Quelle est la probabilité que le fruit soit traité et quand-même abîmé ?
- Le fruit a été traité. Quelle est alors la probabilité qu'il soit intact ?
- Quelle est la probabilité que le fruit soit un fruit abîmé et non traité ?
- Quelle est la probabilité que le fruit soit intact sachant qu'il n'a pas été traité ?
- Quelle est la probabilité que le fruit soit traité et intact ?
- Quelle est la probabilité que le fruit soit abîmé ?
- Quelle est la probabilité que le fruit soit abîmé ou provienne de la partie non traitée du champ ?
- On tire un fruit au hasard parmi les fruits non traités. Quelle est alors la probabilité qu'il soit abîmé ?

Exercice 3: Construire un arbre de probabilités

1) Une entreprise spécialisée dans la fabrication de confitures fait appel à des producteurs locaux. À la livraison, l'entreprise effectue un contrôle qualité à l'issue duquel les fruits sont sélectionnés ou non pour la préparation des confitures.

Une étude statistique a établi que :

- 22% des fruits livrés sont issus de l'agriculture biologique ;
- parmi les fruits issus de l'agriculture biologique, 95% sont sélectionnés pour la préparation des confitures ;
- parmi les fruits non issus de l'agriculture biologique, 90% sont sélectionnés pour la préparation des confitures.

On prélève au hasard un fruit et on note :

- B l'évènement « le fruit est issu de l'agriculture biologique » ;
- S l'évènement « le fruit est sélectionné pour la préparation des confitures ».

Représenter la situation par un arbre pondéré.

2) Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.

Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.

De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

a) D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $p(S)$ et $p_{\bar{F}}(S)$.

b) Construire l'arbre de probabilités correspondant, sans y indiquer les probabilités qui ne sont pas données par l'énoncé.

3) Le service marketing d'un magasin de téléphonie a procédé à une étude du comportement de sa clientèle. Il a ainsi observé que celle-ci est composée de 42% de femmes, 35% des femmes qui entrent dans le magasin y effectuent un achat, alors que cette proportion est de 55% pour les hommes.
Une personne entre dans le magasin.
Construire un arbre de probabilités modélisant cette situation.

4) Un supermarché dispose d'un stock de pommes. Il a été constaté que 85% des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95% pour le fournisseur B.
Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock.
On appelle p la probabilité que la pomme provienne d'un fournisseur A.
Construire un arbre de probabilités modélisant cette situation.

5) Un biologiste s'intéresse à une population de bactéries.
Au premier jour, 20% de sa population de bactéries présente une mutation.
Par la suite, après chaque jour, un quart des bactéries qui ne présentaient pas de mutation sont atteintes par la mutation et 62% des bactéries qui présentaient une mutation perdent cette mutation et redeviennent normales.
On s'intéresse à la probabilité qu'une bactérie présente une mutation au jour n .
Construire l'arbre de probabilités qui décrit cette situation sur 3 jours.

Exercice 4: Calculs de probabilités

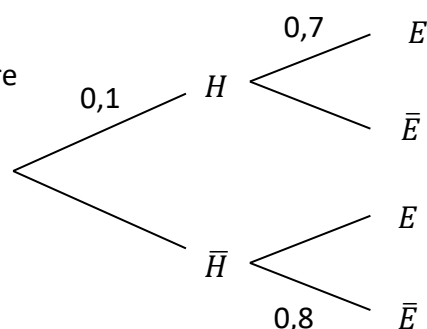
1) On donne le tableau de probabilité ci-dessous :

	A	B	C	Total
S	0,1			0,6
$\bar{S}$	0,25		0,05	
Total			0,35	1

a) Compléter le tableau

b) Calculer $p_S(B)$; $p_{\bar{S}}(A)$; $p_A(S)$ et $p_C(\bar{S})$

2) On donne l'arbre de probabilité ci-contre :



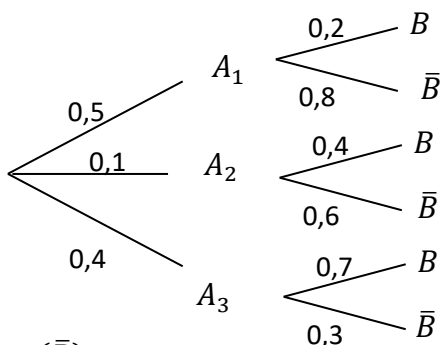
a) Compléter l'arbre

b) Calculer $p(H \cap E)$; $p(H \cap \bar{E})$; $p(\bar{H} \cap E)$ et $p(\bar{H} \cap \bar{E})$

c) En déduire $p(E)$ et $p(\bar{E})$

d) Calculer $p_E(H)$; $p_E(\bar{H})$; $p_{\bar{E}}(H)$ et $p_{\bar{E}}(\bar{H})$

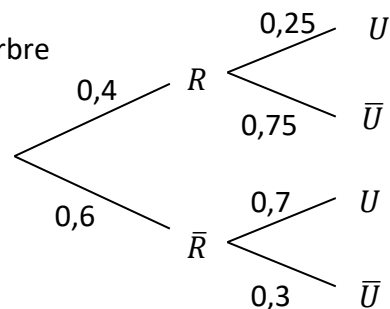
3) On donne l'arbre de probabilité ci-contre :



a) Calculer $p(B)$ et $p(\bar{B})$

b) En déduire $p_B(A_2)$; $p_B(A_3)$ et $p_{\bar{B}}(A_1)$

4) On donne l'arbre de probabilité ci-contre :



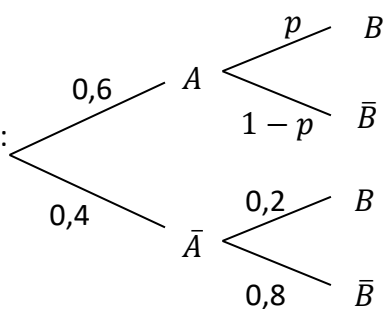
Calculer $p_U(\bar{R})$ et $p_{\bar{U}}(R)$

Exercice 5: Avec (et sans) inconnues

1) On donne l'arbre de probabilité ci-contre, où on pose :

$p_A(B) = p$
avec $p \in]0; 1[$.

On sait de plus que :
 $p(B) = 0,53$

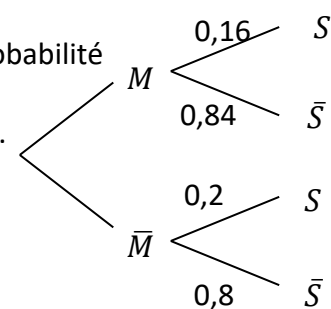


- Exprimer en fonction de p la probabilité $p(A \cap B)$
- Exprimer en fonction de p la probabilité $p(B)$
- En déduire $p_A(B)$ et $p_A(\bar{B})$

2) On donne l'arbre de probabilité ci-contre, où on pose :

$p(M) = x$ avec $x \in]0; 1[$.
On sait de plus que :

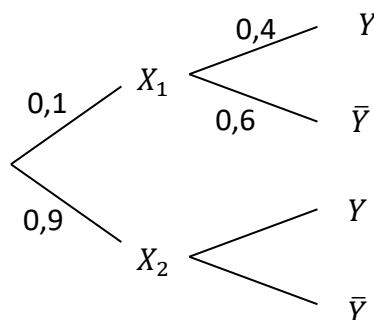
$p(\bar{S}) = 0,83$



- Justifier que p vérifie l'équation
 $0,84x + 0,8(1 - x) = 0,83$
- En déduire $p(M)$ et $p(\bar{M})$

3) On donne l'arbre de probabilité ci-contre.

- Calculer $p(X_1 \cap Y)$
- On sait que $p(Y) = 0,31$, en déduire $p(X_2 \cap Y)$
- En déduire $p_{X_2}(Y)$ puis $p_{X_2}(\bar{Y})$



Exercice 6: En situation

On parle d'illettrisme pour des personnes adultes qui, après avoir été scolarisées en France, n'ont pas acquis une maîtrise suffisante de la lecture, de l'écriture et du calcul pour être autonomes dans les situations simples de la vie courante. On étudie la population adulte âgée de 18 à 65 ans ayant été scolarisée en France.

Selon les données de janvier 2013, on sait que :

- L'effectif total de cette population s'élève à 36 millions d'individus.
- La part de cette population qui a effectué une scolarité complète au collège est de 82%.
- Parmi les personnes ayant effectué une scolarité complète au collège, 97% ne sont pas en situation d'illettrisme.
- Une personne sur quatre, parmi celles qui ont interrompu leur scolarité avant la fin du collège, est en situation d'illettrisme.

Dans la population étudiée, on choisit d'interroger au hasard une personne âgée de 18 à 65 ans qui a été scolarisée en France.

On note C l'évènement : « la personne a effectué une scolarité complète au collège »
et $\bar{C}$ l'évènement contraire.

On note I l'évènement : « la personne est en situation d'illettrisme » et $\bar{I}$ l'évènement contraire.

Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis au millièmes.

- Quelle est la probabilité de l'évènement C ?
- Décrire par une phrase l'évènement $C \cap I$. Calculer la probabilité de cet évènement.
- Calculer la probabilité de l'évènement I .
- Calculer $p(C \cup I)$.
- Un journaliste affirme dans un article que : « Deux personnes en situation d'illettrisme sur trois ont interrompu leur scolarité avant la fin du collège. »
Que penser de cette affirmation ? Justifier.

Exercice 7: Type bac

Dans tout l'exercice, les valeurs seront, si nécessaire, approchées au millième.

Un entrepreneur décide d'installer un logiciel anti-spam, ce logiciel détecte les messages indésirables appelés spams (messages malveillants, publicités, etc.) et les déplace dans un fichier appelé « dossier spam ». Le fabricant affirme que 95% des spams sont déplacés. De son côté, l'entrepreneur sait que 60% des messages qu'il reçoit sont des spams. Après installation du logiciel, il constate que 58,6% des messages sont déplacés dans le dossier spam.

Pour un message pris au hasard, on considère les événements suivants :

- D : « le message est déplacé » ;
- S : « le message est un spam ».

1. Calculer $P(S \cap D)$.
2. On choisit au hasard un message qui n'est pas un spam. Montrer que la probabilité qu'il soit déplacé est égale à 0,04.
3. On choisit au hasard un message non déplacé. Quelle est la probabilité que ce message soit un spam ?