Savoir Fr. 5 : Fonctions exponentielle & propriétés

Exercice 14 : Application des propriétés

1) Inverse $e^{-A} = \frac{1}{e^A}$

● Transformer l'exponentielle en inverse : a) e^{-1} b) e^{-3x} c) e^{x-4} d) e^{-x-1}

● Transformer l'inverse en exponentielle simple : h) $\frac{1}{e^{2x}}$ i) $\frac{1}{e^2}$ j) $\frac{1}{e^{-2x-1}}$ k) $\frac{1}{e^{x-4}}$

2) Produits et quotients $e^{A+B} = e^A \times e^B$ et $e^{A-B} = \frac{e^A}{e^B}$

● Transformer l'exponentielle en produit ou quotient : a) e^{3x+2} b) e^{1-3x} c) e^{x^2+x} d) e^{x-3x^2}

● Transformer en exponentielle simple : h) $e^x \times e^2$ i) $\frac{e^{2x}}{e}$ j) $e^{x^2-1} \times e^{2-x}$ k) $\frac{e^{x-3}}{e^{4+x}}$

3) Puissances $e^{nA} = (e^A)^n$

● Transformer l'exponentielle en puissance : a) e^{2x} b) e^{3x^2} c) e^{-3} d) e^{3x+3}

● Transformer en exponentielle simple : h) $(e^x)^5$ i) $(e^{x+2})^3$ j) $\left(\frac{1}{e^x}\right)^2$ k) $(4e^x)^2$

Exercice 15 : Tout mélangé *

Simplifier au mieux les expressions suivantes.

$E = e^5 \times e^{-2}$ $F = \frac{e^{x+2}}{e^2}$ $G = e^x \times e$ $H = e^x e^{x-1}$ $I = \frac{e^{-4}}{(e^3)^{-2}}$

$J = \frac{e^{x+2}}{e^{-x}}$ $K = \frac{1}{e^{1-x}} \times e^x$ $L = (e^x)^3 e^{-4x}$ $M = \frac{e^{2x}+e^x}{e^x}$ $N = e^{2x-1} \times e^{-3x+2}$

Exercice 16 : Développement et factorisation *

1) Développer : $f(x) = e^x(3e^{-x} + e^{3x})$ $g(x) = (e^{-x} + 1)(e^x - 1)$

$h(x) = (e^x + e^{-x})^2 - e^x(e^x + e^{-3x})$ $i(x) = (e^x + 1)^2 - (e^{-x} - 1)^2$

2) Transformer en puissances, puis factoriser:

$E = e^{2x} + 3e^x$ $F = 4e^{2x} + 4e^x + 1$ $G = e^{2x} - 1$ $H = xe^x - e^{3x}$

Exercice 17 : Démonstrations **

1) On donne $A = xe^{-x}$ et $B = (x+1)e^{-\frac{x}{2}}$. Montrer que $B^2 - 2A = \frac{x^2+1}{e^x}$

2) On donne $f(x) = e^x + e^{2x}$ et $g(x) = e^x - e^{-2x}$

Montrer que $f(x) - g(x) = \frac{1+e^{4x}}{e^{2x}}$ et $f(x)g(x) = \left(1 + \frac{1}{e^x}\right)(e^{3x} - 1)$

3) Montrer que, quel que soit le réel x, on a : $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}} = \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

4) On donne $A = \frac{e^x}{1-e^x}$. Montrer que : $\left(\frac{1}{A+1}\right)^2 = e^x(e^x + e^{-x} - 2)$

5) Montrer que, quel que soit le réel x, on a : $\frac{1+e^{2x}}{1-e^x} = \frac{e^x+e^{-x}}{e^{-x}-1}$