

Savoirs Vp.4 : Projeté orthogonal

Sauf mention du contraire, on se placera dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Exercice 15 : Projeté orthogonal sur un plan

- 1) On considère le point $A(-2; 3; 1)$ et le plan $\mathcal{P}: x - 3y - 2z - 1 = 0$.

Soit H le projeté orthogonal du point A sur le plan \mathcal{P} .

Déterminer les coordonnées du point H .

- 2) Soit \mathcal{P} le plan d'équation $2x - y + z + 3 = 0$.

Calculer les coordonnées du point K , le projeté orthogonal de O sur le plan \mathcal{P} .

- 3) On donne les points $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 1; 0)$ et $C(2; 1; 1)$ et le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Vérifier que \vec{n} est normal au plan (ABC) .

En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .

b) Soit M le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC) .

Calculer les coordonnées de M .

- 4) Soit t un nombre réel. On donne les vecteurs $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et les points $A(0; 2; -1)$ et $B(1; 3; -1)$.

On définit le point M tel que $\overrightarrow{AM} = t\vec{v}$ et le plan \mathcal{P} passant par A et de vecteur normal \vec{n} .

On appelle H le projeté orthogonal de M sur \mathcal{P} .

Exprimer les coordonnées du point H en fonction de t .

Exercice 16 : Projeté orthogonal sur une droite

- 1) On considère les points $A(-2; 3; 1)$ et $B(1; -1; 2)$ et la droite (d) passant par A et dirigée par un vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Soit H le projeté orthogonal du point B sur la droite (d) .

Déterminer les coordonnées du point H .

- 2) On considère la droite Δ définie par la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

On donne le point $M(2; 5; -3)$ et on appelle P le projeté orthogonal de M sur la droite (d) .

Déterminer les coordonnées de P .

- 3) On considère un cube $ABCDEFGH$. On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

On appelle K le projeté orthogonal de E sur la droite (BH) et L le projeté orthogonal de A sur cette même droite (BH) .

Déterminer les coordonnées de K et L .